
BAモデルで生成されたネットワークに おける次数と情報伝搬速度の関係について

谷 聖一研究室 枝國 雄太

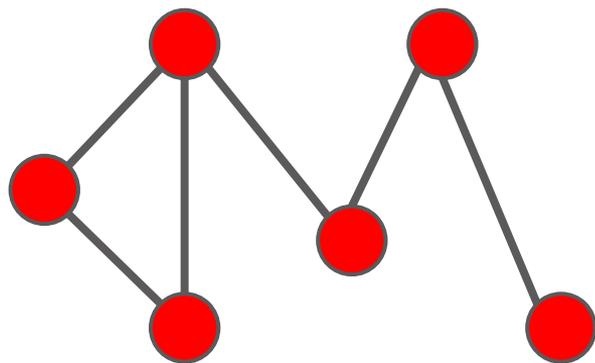
目次

BAモデルで生成されたネットワークにおける次数と
情報伝搬速度の関係について

1. ネットワーク上の伝搬
2. 背景・目的
3. スケールフリーネットワーク
4. ネットワーク生成モデル(BA)
5. 伝搬速度限定モデル
6. 実験方法
7. 実験結果

1. ネットワーク上の伝搬

ネットワークとは



定義

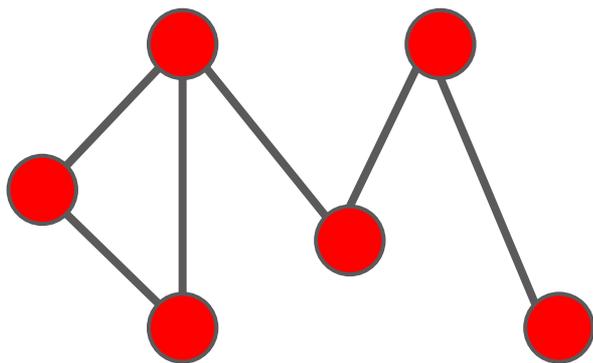
頂点の集合 : $V = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_N\}$

枝の集合 : $E = \{e_1, e_2, e_3, \dots, e_N\}$

から構成される $G = (V, E)$ を指す

枝の表し方 $e_i = \{(v_a, v_b)\}$

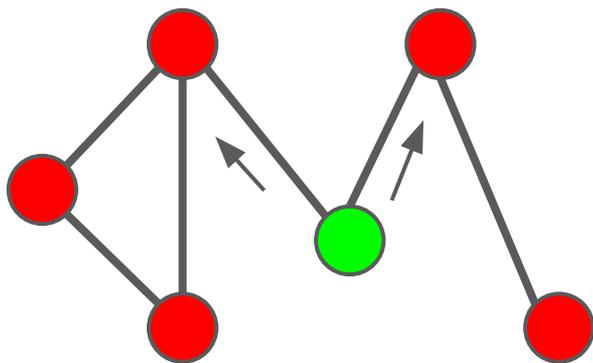
ネットワークとは



例.
人間関係
交通網
WWWなどを抽象化したもの

ネットワーク上の伝搬

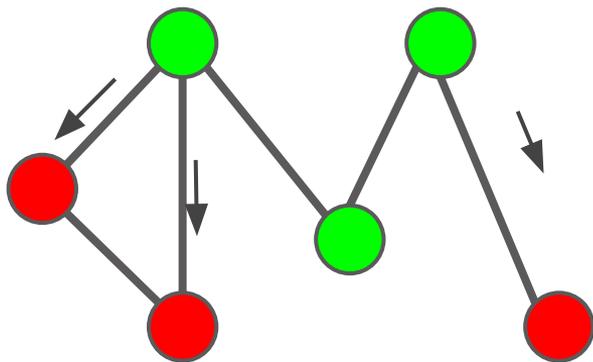
情報はネットワークを介して伝搬される



例
噂話, インフルエンザ,
コンピュータウイルスなど

ネットワーク上の伝搬

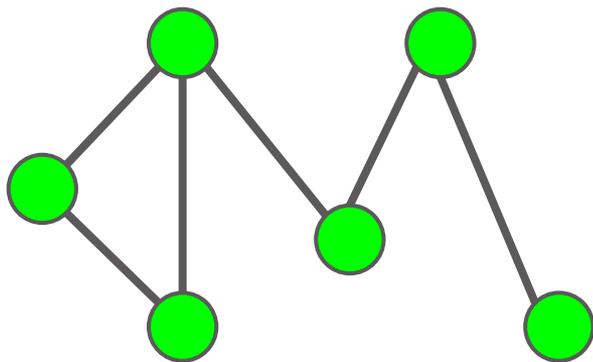
情報はネットワークを介して伝搬される



例
噂話, インフルエンザ,
コンピュータウイルスなど

ネットワーク上の伝搬

情報はネットワークを介して伝搬される



例
噂話, インフルエンザ,
コンピュータウイルスなど

2. 背景・目的

背景

[TTMO]

Phys. Rev. E 86, 021103 (2012)

Hiroshi Toyoizumi, Seiichi Tani, Naoto Miyoshi, Yoshio Okamoto

Reverse preferential spread in complex networks



伝搬速度限定モデルにおいて

Uncorrelatedネットワーク上で効率よく情報を伝搬するためには
次数の小さな点を優先して伝搬するのがよい

背景

2011年度卒業生の演習
修正版BAモデルでスケールフリーネットワークを生成
し情報伝搬実験



対立する結果に

考えられる原因

- ・生成したネットワークのスケールフリー性
- ・生成したネットワークの Uncorrelated性

背景

2012年度卒業生の演習
修正版BAモデルで生成したネットワークが
どの程度スケールフリー性を満たしていたを検証



十分満たしていた

考えられる原因

- ~~生成したネットワークのスケールフリー性~~
- 生成したネットワークの Uncorrelated性

背景

2013年度卒業生の演習
生成したネットワークがUncorelated性を
満たしているかどうかを検証しようと試みた



Uncorelated性を満たすかどうかについて
明確な結論は得られなかった

考えられる原因

- ~~生成したネットワークのスケールフリー性~~
- 生成したネットワークの Uncorelated性

目的

本演習の着目点

「次数が小さいノードを優先する方法が必ずしも効率が良くない」



ネットワーク内部の**枝数が少ない**ことにより
そのネットワークの**Uncorrelated**性が低くなることが原因ではないか？

目的

BAモデルでネットワークを生成する過程で
頂点を追加する際の次数が、
情報伝搬速度にどのような影響を及ぼすかを検証

3. スケールフリーネットワーク

スケールフリーネットワーク

用語説明

- 頂点(ノード)
 - ーネットワーク上の点
- 枝(エッジ)
 - ー頂点を結ぶ線分
- 次数
 - ー頂点から出る枝の本数
- ハブ
 - ー枝が集中している頂点
 - ー由来
 - ハブ: 轂(こしき)
 - 自転車や自動車などの車輪の中心部にある部品



スケールフリーネットワーク

特徴

- スケールフリー性
 - 多数の頂点の次数が小さく、少数の頂点の次数が大きい
- スモールワールド性
 - 任意の2頂点間の頂点間距離が短くなる

例 WWW

一部のページは非常に多くのリンクを持つ
しかし、ほとんどのページはリンクが少ない

4. ネットワーク生成モデル(BA)

BAモデル

スケールフリーネットワークの生成モデルにはいくつか存在する

代表的なものの1つに, Barabashi - Albert モデル(BAモデル)

BAモデル (成長型モデル)

1999年に, Barabashi と Albertらが提案した不規則で乱雑なネットワーク構造をしているスケールフリーネットワークモデル

2つのキーワード

「成長」と「優先的選択」

BAモデル

BAモデルのアルゴリズム

step 0(初期状態) : $m > 1$ 個の頂点の完全グラフを配置

step 1 : 新しい頂点を1つ追加する(成長)

step 2 : step 1 追加した頂点から既存の m 個の頂点に対して辺を張る
このとき各頂点に対して辺を張る確率はその時点での各頂点の次数に比例する (優先的選択)

step 3 : step 1とstep2 を追加する頂点回数繰り返す

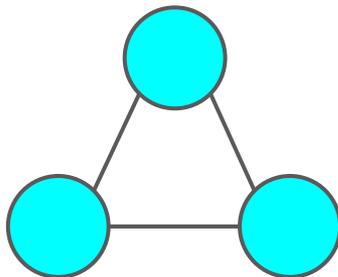
各頂点が辺を張られる確率 $\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$

i は頂点番号, k_i は頂点 i の次数

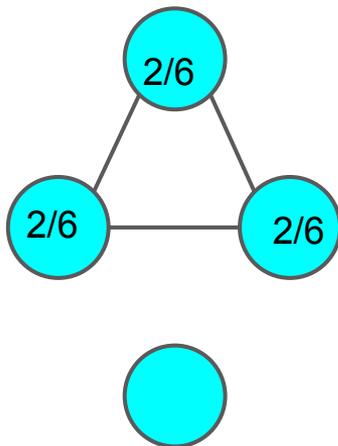
BAモデル

追加する枝3本の場合

完全グラフを配置



BAモデル



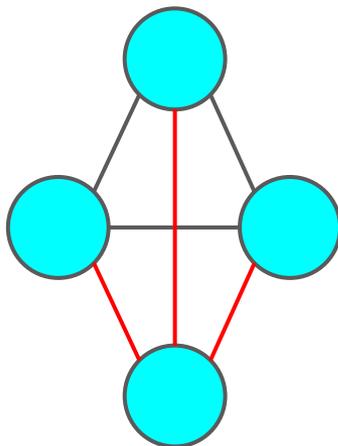
各頂点が辺が張られる確率

$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$$

BAモデル

各頂点が辺が張られる確率

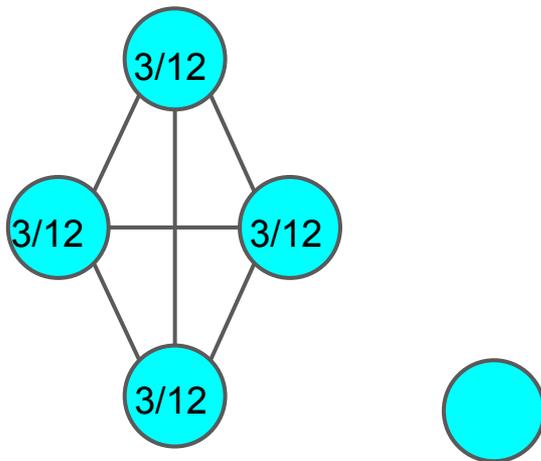
$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$$



BAモデル

各頂点が辺が張られる確率

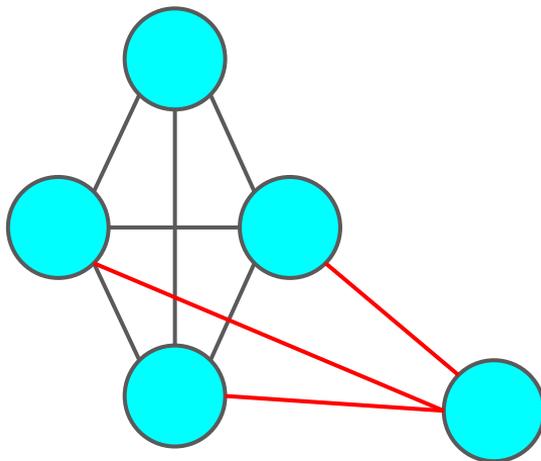
$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$$



BAモデル

各頂点が辺が張られる確率

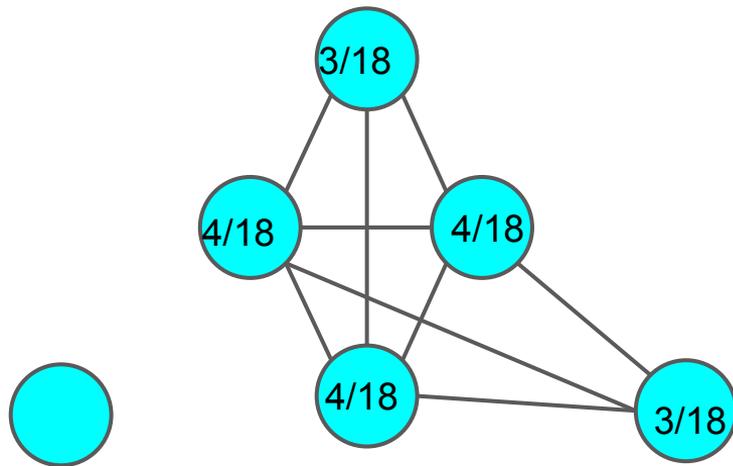
$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$$



BAモデル

各頂点が辺が張られる確率

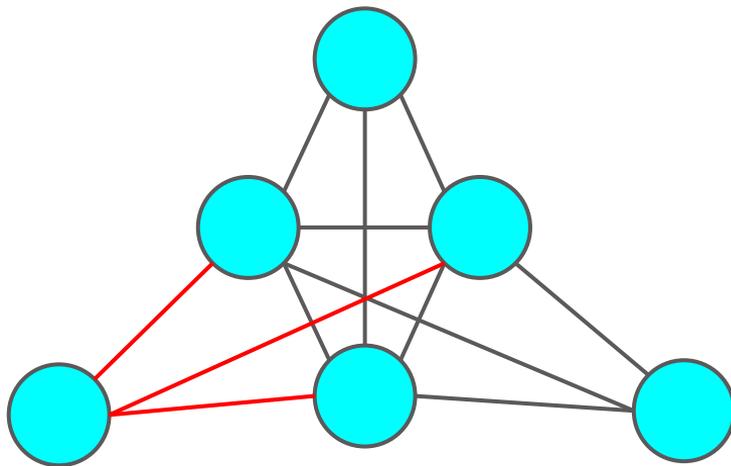
$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$$



BAモデル

各頂点が辺が張られる確率

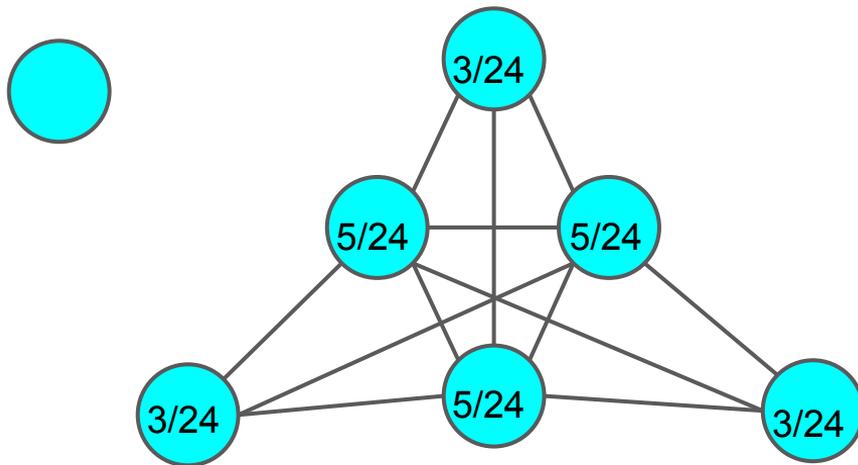
$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$$



BAモデル

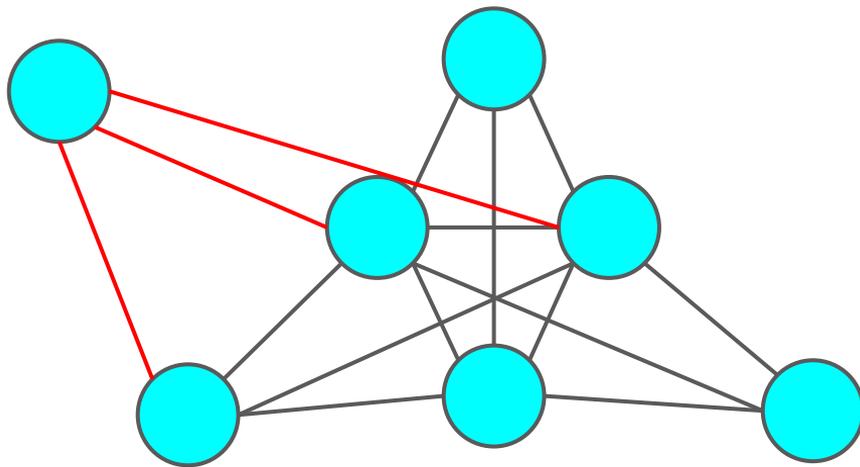
各頂点が辺が張られる確率

$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$$



BAモデル

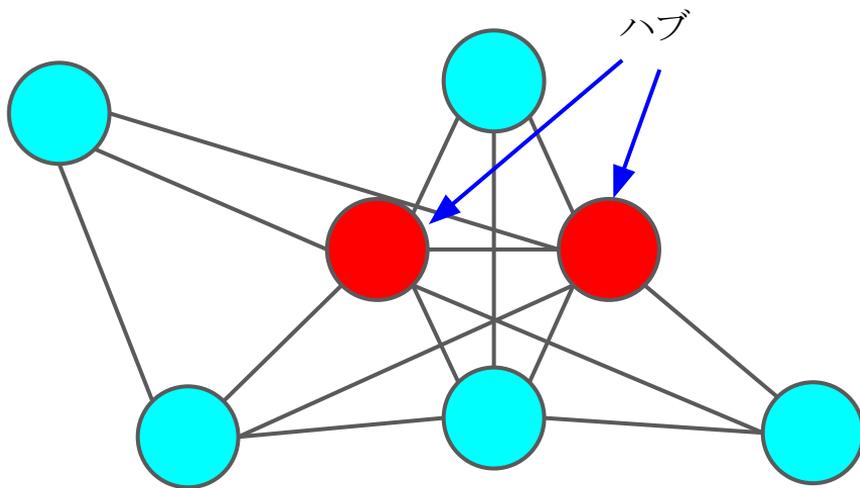
確率なので必ずしも次数の高いものと結ばれるとは限らない



各頂点が辺が張られる確率

$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$$

BAモデル



各頂点が辺が張られる確率

$$\frac{k_i}{\sum_{j=1}^n k_j}, (1 \leq i \leq n)$$

修正版BAモデル

修正版BAモデルは特徴量などを解析しやすいようにBAモデルに修正を加えたものである

BAモデルで初期頂点を1つで追加する枝の数を**1**つにして作成

生成されるネットワークは木構造となる

5. 伝搬速度限定モデル

伝搬速度限定モデルにおける情報伝搬

ソースノード：情報を保持している頂点, 隣接点をターゲットとして情報の伝搬ができる, 情報源ともいう

ターゲットノード: ソースノードからターゲットとして選択された頂点

伝搬速度限定モデルにおける情報伝搬

定義

- ソースノードは単位時間に1つの隣接頂点のみ伝搬先(ターゲットノード)として選択できる
- 情報を受け取った頂点は新たなソースノードとなる
- ソースノードは隣接点の次数のみわかる(既に情報を保持しているかどうかは不明)

伝搬速度限定モデルにおける情報伝搬

本演習で用いたモデル

- 初期状態でのソースノードは1つ
- ソースノードは単位時間に1つの隣接頂点のみ伝搬先(ターゲットノード)として選択できる
- 情報を受け取った頂点は新たなソースノードとなる
- ソースノードは隣接点の次数のみわかる(既に情報を保持しているかどうかは不明)

ターゲットの選択方法

本演習の計算機実験に用いたターゲット選択方法

- 一様分布に従い乱択
- 次数の小さいものを優先的に乱択
- 次数の大きなものを優先的に乱択

ターゲットの選択確率

ソースノードSが、ノードTをターゲットノードとして選ぶ確率は

$$q(T;S) = \frac{\text{Tの重み}}{\text{Sの隣接点の重みの総和}} \text{ となる}$$

ターゲットの重み

ターゲットTの重みは

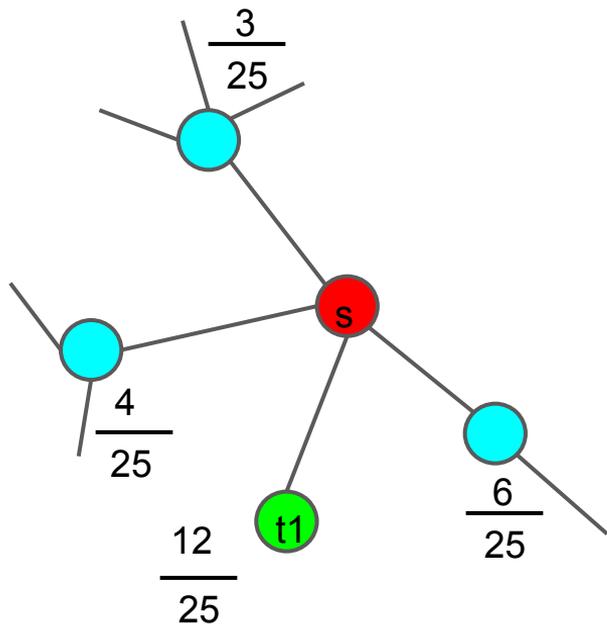
- 一様分布に従い乱択の場合
重みは1となる
- 次数が小さいものを優先した乱択の場合
重みは次数の逆数となる
- 次数が大きいものを優先した乱択の場合
重みは次数となる

ソースノードSが、ノードTをターゲットノードとして選ぶ確率は

$$q(T;S) = \frac{\text{Tの重み}}{\text{Sの隣接点の重みの総和}}$$

ターゲットの選択確率

次数の小さなものを優先的に選ぶ場合



ソースノードSが、ノードTをターゲットノードとして選ぶ確率は

$$q(T;S) = \frac{Tの重み}{Sの隣接点の重みの総和}$$

sがt1を選ぶ確率は

$$q(t1;s) = \frac{1}{1+2+3+4} = \frac{1}{10}$$

6. 実験方法

記憶の有無

[TTMO]の仮定と過去の卒業演習使用したモデルとの間には次の差異

[TTMO]：情報源が、どこから情報を送られてきたか、
どこへ情報を送ったかの記憶を**持たない**

過去の卒業演習：情報源が、どこから情報を送られてきたか、
どこへ情報を送ったかの記憶を**持つ**

記憶を持つ持たないの違いにも着目して実験を行う

本演習の情報伝搬計算機実験

情報伝搬シミュレーション

入力: ネットワーク N , 記憶の有無

処理: 記憶有無に関して指定された方法の伝搬速度限定モデルで,
初期情報源をランダムに選び,
すべてのノードが情報源となるまで情報伝搬をシミュレーションし,
情報源数の時間変化を記録

実験方法

- 頂点数10000のBAモデルと修正BAモデルで生成
- BAモデルを作るとき, 追加していく枝の数は 2,3,5,10,15,20,30本(固定)
- 各モデル100個のネットワークに対して,
記憶の有無それぞれ100回ずつの情報伝搬シミュレーション (合計16万回)
- 伝搬速度限定モデルにおいて情報源となった頂点の数の時間変化を記録
- 実験プログラムで使った言語 :C++

ターゲットの選択方法

本演習の計算機実験に用いたターゲット選択方法

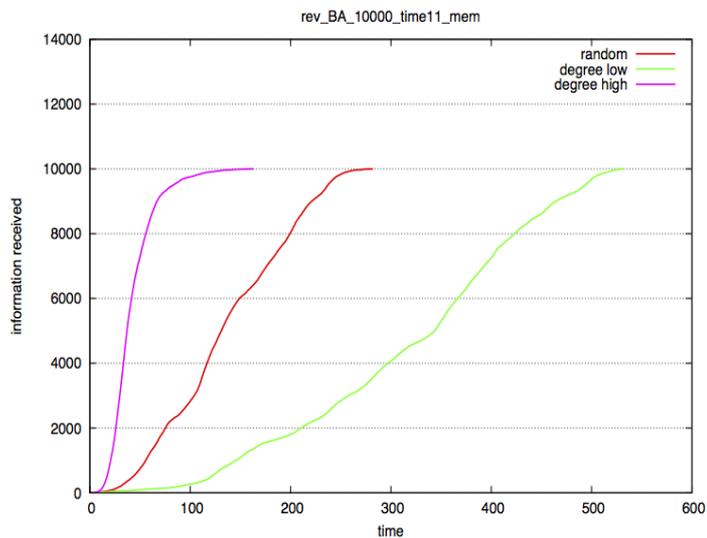
- 一様分布に従い乱択
- 次数の小さいものを優先的に乱択
- 次数の大きなものを優先的に乱択

7. 実験結果

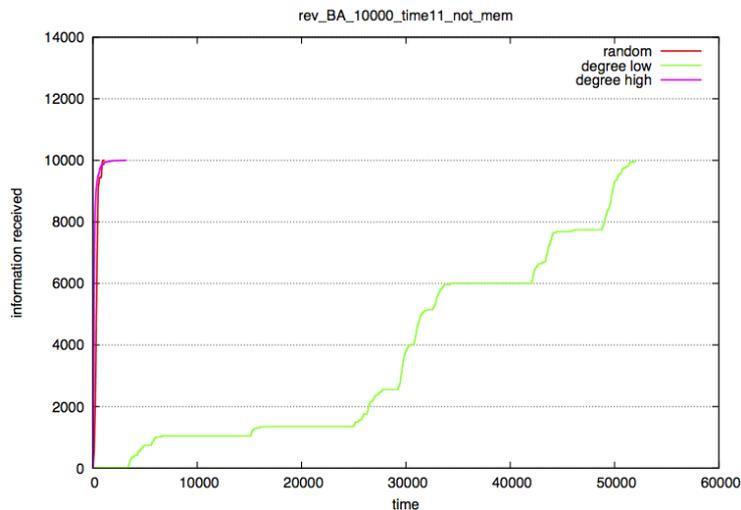
実験結果

修正版BA

記憶有り



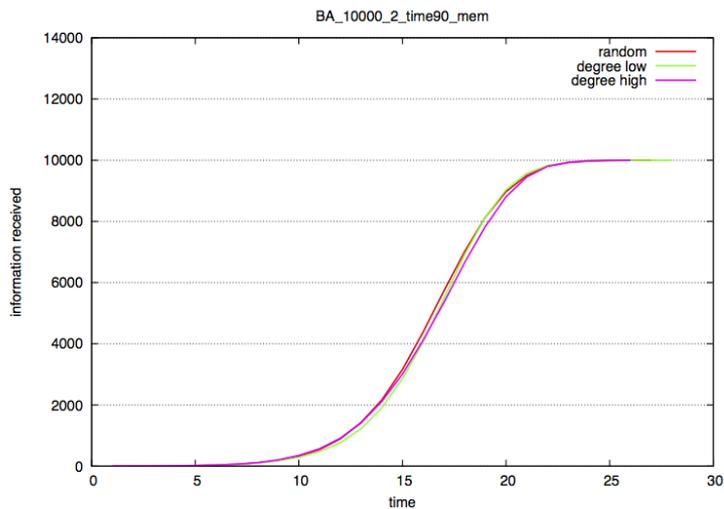
記憶無し



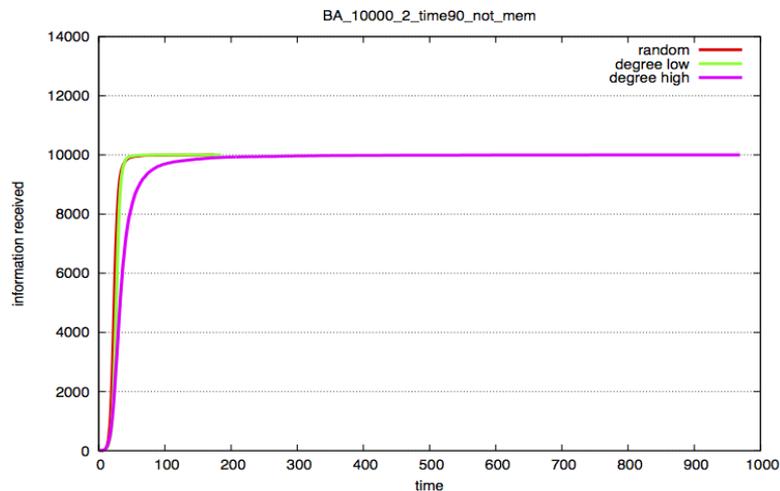
実験結果

追加する枝の数 2

記憶有り



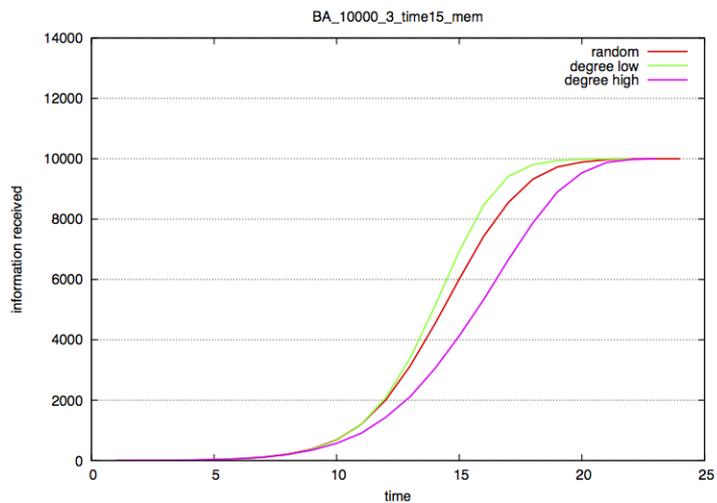
記憶無し



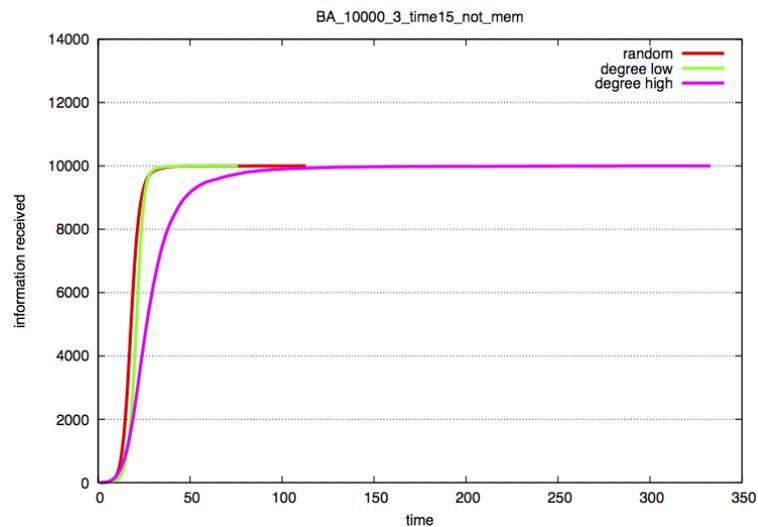
実験結果

追加する枝の数 3

記憶有り



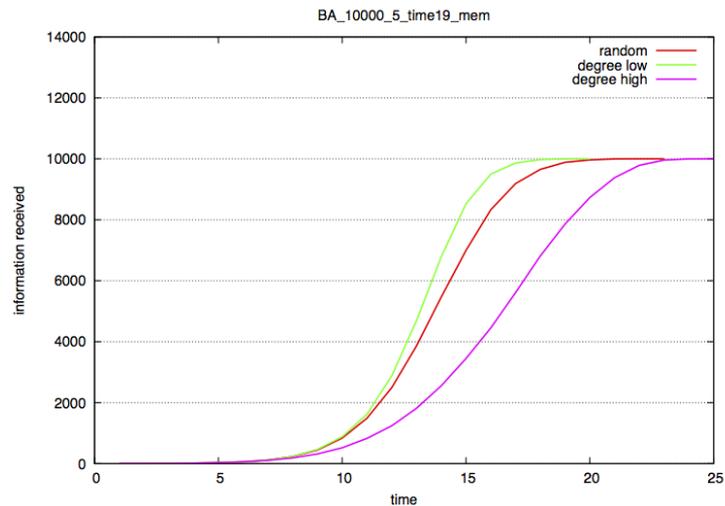
記憶無し



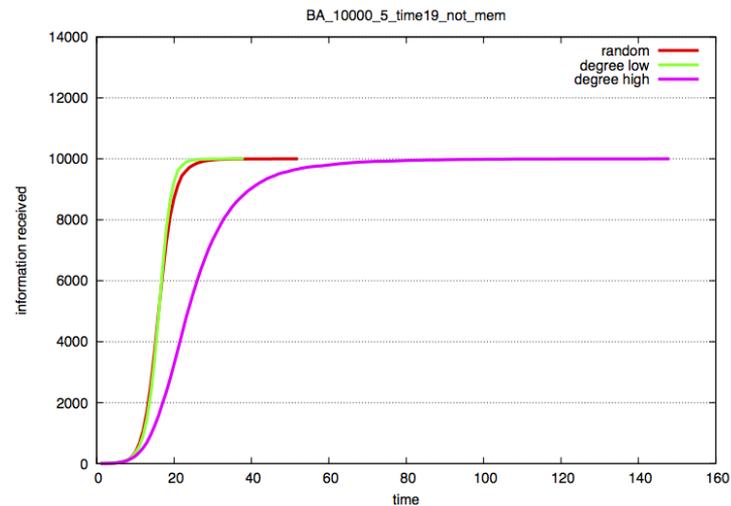
実験結果

追加する枝の数 5

記憶有り



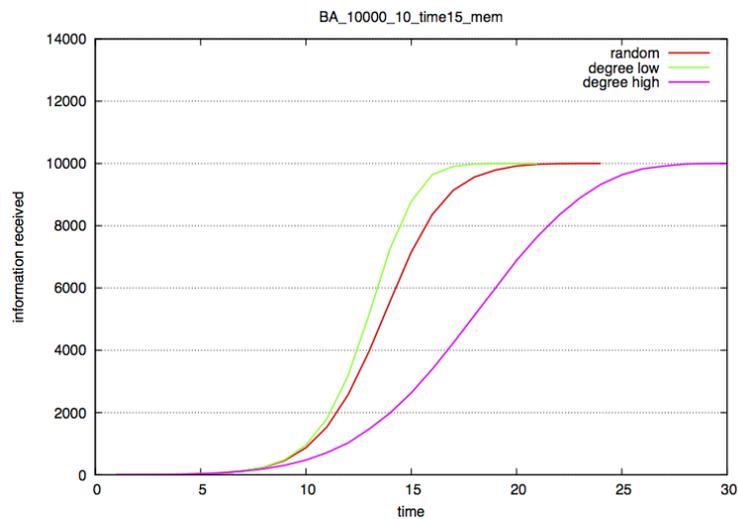
記憶無し



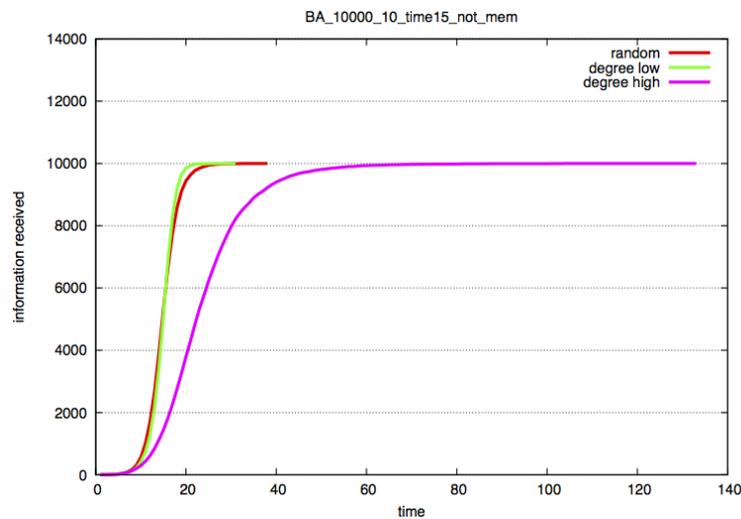
実験結果

追加する枝の数 10

記憶有り



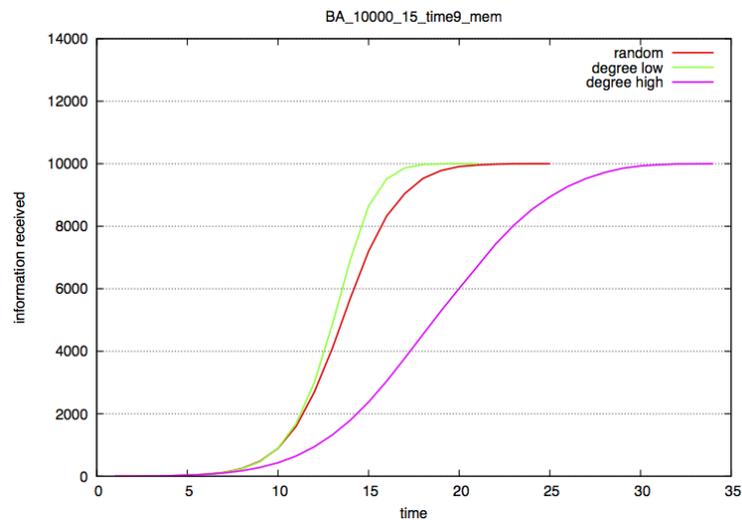
記憶無し



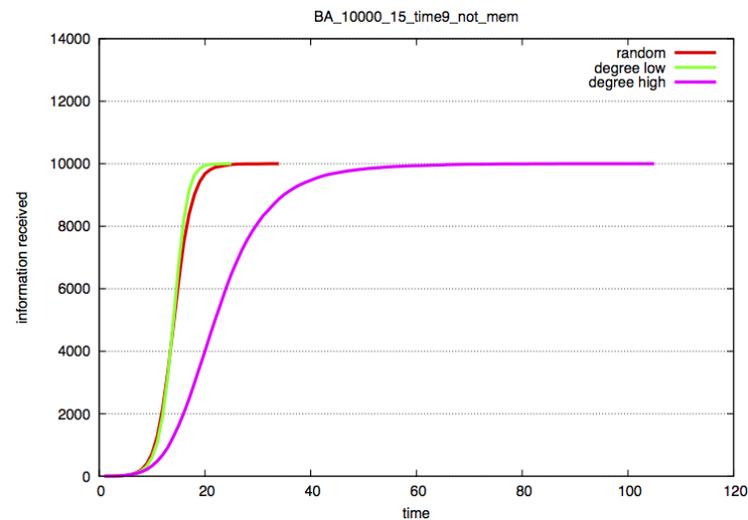
実験結果

追加する枝の数 15

記憶有り



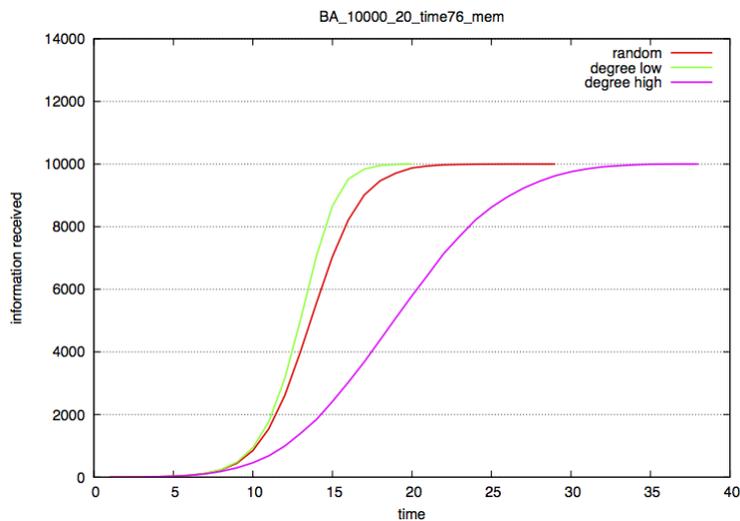
記憶無し



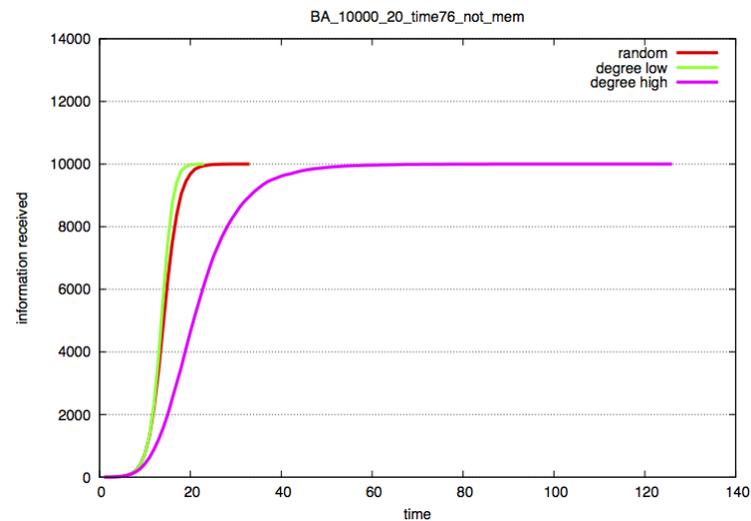
実験結果

追加する枝の数 20

記憶有り



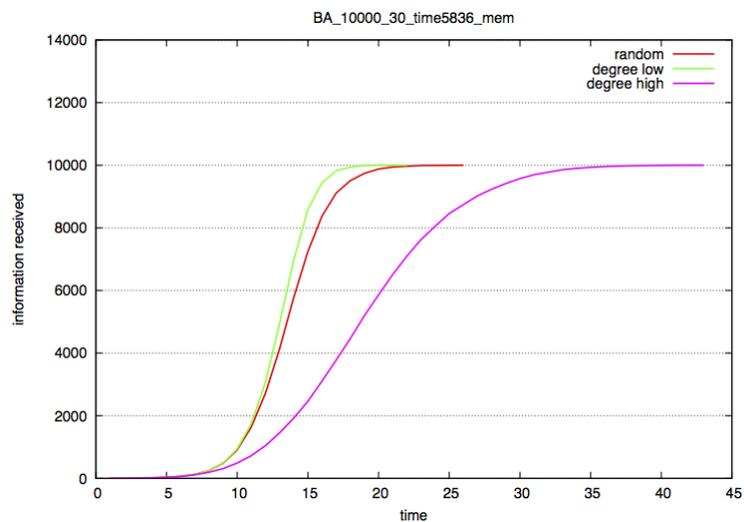
記憶無し



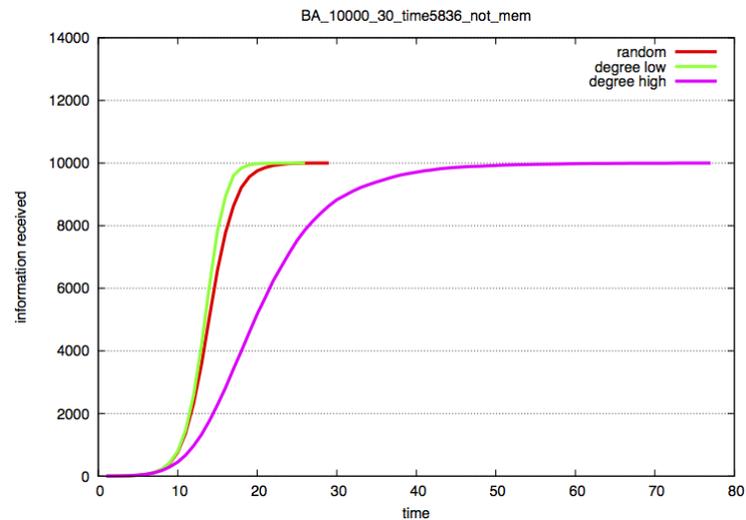
実験結果

追加する枝の数 30

記憶有り



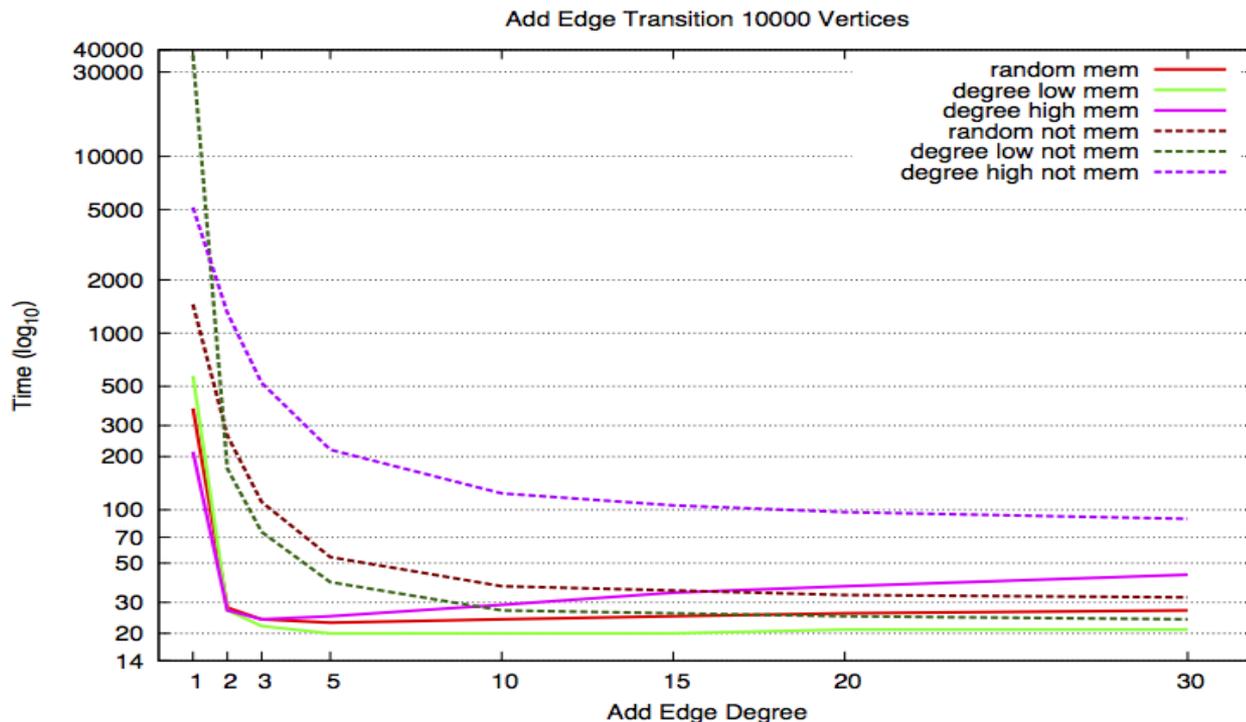
記憶無し



成立したものを表にまとめると

追加する枝 m	記憶有(回数)	記憶有(%)	記憶無(回数)	記憶無(%)
m=1(修正BA)	0	0	0	0
m=2	6798	67.98	8385	83.85
m=3	9790	97.90	8474	84.74
m=5	9923	99.23	9282	92.82
m=10	9998	99.98	9928	99.28
m=15	9999	99.99	9962	99.62
m=20	10000	100	9977	99.77
m=30	9999	99.99	9983	99.83

枝数による情報伝搬速度の変化



結果まとめ

- 修正版BAモデルで生成したネットワークでは
記憶有り無しいずれにおいても初期情報源が1個の場合は
[TTMO]の定理は不成立
- 記憶有り無しにいずれにおいても,
BAモデルでネットワークを生成する際の枝の本数が増えると
次数が小さい点を優先する乱択が速く伝搬できるネットワークが増える
- 記憶有り無しで多少の違いが出た

今後の課題

Uncorrelated性の検証ができるようにする