

伝播速度限定モデルにおける Scale Free Network 上の情報拡散 Dynamics

谷 研究室 小幡 正博
Masahiro Obata

概要

有限ネットワーク上において、頂点が大きな次数であればあるほど、相応の影響力を有すると思われる。ネットワーク上で、情報を効率よく伝達するには、意図的に小さな次数の頂点を優先して選択する方法が優れていると主張する研究が行われている。その研究では、確率計算を行う際に近似を行っている。その近似が妥当かどうかを検証するため、修正版 BA モデルで Scale Free ネットワークを生成し伝達時間を計測する計算機実験を行った。

1 はじめに

社会には様々なネットワークが存在する。例えば、学校のクラス内における友人関係やインターネット網、交通網等、多種多様である。グラフ理論では、ネットワークを頂点と辺で表す。グラフ理論の歴史は 17 世紀のケーニヒスベルクの橋の問題が始まりとされる [1, 2]。そして、1998 年ダンカン・ワッツとスティーヴン・ストロガッツの SmallWorld に関する論文 [3] により、ネットワーク理論が注目されていくこととなった。社会には様々な問題が存在する。例えば、ウイルス伝播予防問題、災害時緊急情報伝達問題、交通網に関する問題等である。これらはグラフを用いることでモデル化できる。

これらの問題を考える上で、ネットワーク上を物事が伝播する様子を解明していく事は重要である。伝播させたくない対象に対しては伝播しにくいように対策を講じる。一方、伝播させたい対象に対しては伝播しやすくするように対策を講じることが期待できるからである。

ネットワーク上の情報拡散の研究のひとつとして、Toyozumi and Tani が、ある仮定に基づき、次数の逆数に比例した確率分布に従い情報を伝達する頂点を選択する方法が、情報がネットワーク全体に行き渡るまでの平均時間が最小になることを証明した [4]。本研究では、その仮定が妥当か、また、証明された結果が妥当かを検証するため、Scale Free Network を生成し計算機実験を行う。

2 節では、本研究で用いたネットワークの性質である Scale Free 性について述べる。3 節では、修正版 BA モデルについて述べる。4 節では、ネットワーク上での伝播規則について述べる。5 節については、本研究で行ったシミュレーションについて述べる。6 節では、今後の課題について述べる。

2 Scale Free Network

この節では、本研究で扱ったネットワークの性質である Scale Free Network の Scale Free 性について述べる。

2.1 Scale Free 性

既に述べたように社会には様々なネットワークが存在する。ネットワーク上において頂点が保有する辺の総数をその頂点の次数と呼ぶが、世の中の多くのネットワークの次数分布は、ある性質を有していることが確認されている。それは、ネットワーク上の次数分布がベキ分布であるということだ。そのようなネットワークを Scale Free 性を有するといい、そのネットワークを Scale Free Network と呼ぶ。Scale Free 性は次のように定義される。 $p(k)$ が、ネットワーク上における頂点次数 k である確率とするととき、

$$P(k) \propto k^{-\gamma}, (\gamma > 0)$$

を満たしている確率分布となる。をベキ指数と呼ぶ。この変数によりベキ分布の形状が決定する。

直感的説明では、Scale Free 性を持つとは、一部の頂点が大きな次数を有するが、大部分の頂点は小さな次数を有している状態である。例えば、一部の大富豪達が巨万の富を持つ一方で、多くの方は、平均よりも少ない富を持つ状態である。また、容易に想像できることと思うが、一部の人には多くの友人がいる。他方、大部分の人には、少数の友人のみといった具合である。

3 修正版 BA モデル

この節では、本研究で採用したモデルについて述べる。

3.1 Scale Free Network

Scale Free 性を持つネットワークモデルとして、BA モデルが存在する。BA モデルは、1999 年にバラバシと

アルバートによって提案されたモデルである [5] . このモデルは作成ネットワーク作成課程において成長と優先的選択という 2 つのルールを用いることで、ベキ分布を実現する .

3.2 成長と優先的選択

成長とは、既存のネットワークに対して、新たな頂点をさらに加えることを指す . 優先的選択とは、新たに加える頂点が有するリンクの端点を既存の頂点に連結させる際、その端点の選択は、既存の頂点の各度数に比例する確率で行われる .

3.3 修正版 BA モデル生成方法

修正版 BA モデルの生成方法は、文献 [6] に従った .

1. 最初に 1 本の辺も無い 1 つの頂点だけが存在する .
2. 1 回のステップで 1 つの頂点を増やす (成長) . その頂点は辺を 1 本のみ有する .
3. その 1 本のリンクは、既に存在するネットワーク上の頂点を選択するが、それは各頂点の度数に比例した確率で行われる (優先的選択) .
4. (2) と (3) を作成したい頂点数のネットワークになるまで繰り返す .

つまり、 $n-1$ 回のステップで、 $n-1$ 個の頂点と $n-1$ 本の辺が増加する . その結果、全頂点数は n 個のネットワークが生成される . この生成法では、ベキ指数 3 のベキ分布に収束する [6] .

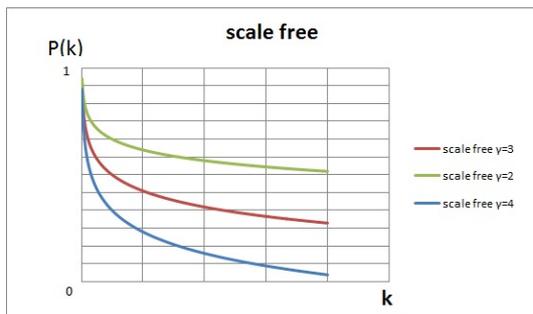


図 1:ベキ分布の様子 $\gamma = 2, 3, 4$

4 伝播規則

この節では、ネットワーク上における伝播規則について述べる .

4.1 伝播規則についての用語

ソースノード ネットワーク上において伝播させる情報を持っている頂点のことを指す .

ターゲットノード ネットワーク上においてソースノードが次に伝播させる頂点として選択する頂点のこと .

4.2 伝播規則について

伝播規則は、論文 [4] と同様である . まず初めにネットワークからランダムにソースノードを選択する . その後、1 ステップで全ソースノードが 1 つのターゲットノードに情報伝達する . その際に、1 度選択した頂点も重複して選ばれることを許している . ターゲットノードを選択する際の規則として、論文 [4] と同様の No control と Inverse control を用いる .

4.3 ターゲットノードの選択方法を考える

ターゲットノードの選択方法として、2 つの方法がある .

1. No control:すべての頂点の重みを 1 とする .
2. Inverse control : 重みを各隣接頂点の度数の逆数とする .

次の図 2, 3 では、ソースノードの度数が k であれば、そのソースノードに対して、隣接頂点が k 個存在する . それらを $b_i(1 \leq i \leq k)$ とする .

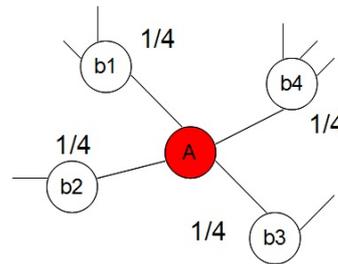


図 2:No control

この図 2 では、色の頂点はソースノードを表している . ソースノードに隣接している頂点に添えられている分数は、ターゲットノードとして選択される各隣接頂点の確率である .

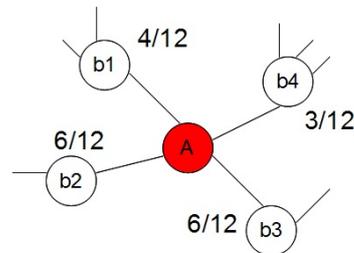


図 3:Inverse control

図 3 も、表記方法は図 2 と同様 . 意図的に確率を約分せず表示 .

5 シミュレーション

この節では、実際に計算機実験を行ったことについて述べる。シミュレーションは以下の内容で行った。

ネットワークサイズ 10,000 頂点

ネットワークモデル 修正版 BA モデル

作成ネットワーク数 100 個

シミュレーション回数 1 つのネットワークに対して 50 回

使用言語 C++

ランダム選択を行う際に rand 関数を用いたが、乱数生成の種は次のように揃えた。シミュレーションは1つのネットワークに対して、50回のシミュレーションを行う。その時の乱数生成の種はシミュレーションが1回終わるまでは同じものを使った。つまり、1つのグラフに対して、50個の異なる乱数生成の種を準備した。50回シミュレーションを行った後、用意しておいた別のネットワークに対して、50回シミュレーションを行なっていく。そうすることで、時間を乱数生成の種に用いるよりも、異なるネットワークで行ったシミュレーションと比較しやすくなると考えたからだ。

5.1 シミュレーションアルゴリズム

1. ネットワーク上からランダムにソースノードを1つ選択する。
2. 各ソースノードが情報を伝えるターゲットノードをそれぞれ1つ選択し、情報を伝達する。全ソースノードが同時に行う。この回数を1ステップとする。
3. ネットワーク上のすべての頂点がソースノードとなると、シミュレーションを終える。

5.2 実行結果

シミュレーションを行った結果次の2つの図4, 5を得た。No controlの方が情報伝播が速い結果が得られ

参考文献

[1] Leonard Euler's Solution to the Konigsberg Bridge Problem

<http://mathdl.maa.org/mathDL/46/?pa=content&sa=viewDocument&nodeId=1310&bodyId=1452>

[2] The Euler Archive, commentary on publication, and original text, in Latin.

<http://www.math.dartmouth.edu/euler/docs/originals/E053.pdf>

た。現在シミュレーションのプログラムの実装が適切かどうかの確認は行われていない。プログラムの実装が適切な場合は、次のようなことが言える。『1つ目は、修正版 BA モデルでは成り立たないということ。2つ目は、[4] の中で行われている近似は妥当ではないということ。3つ目は、計算機実験で用いた計算機自体に問題があるということ。これら3つが考えられる。』

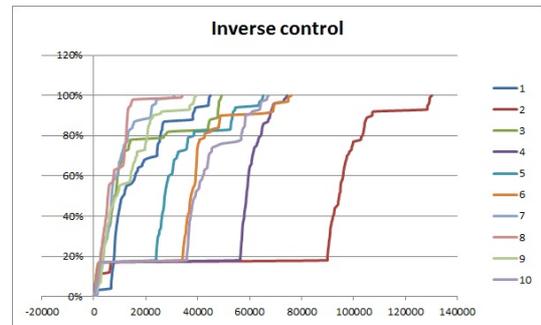


図 4: Inverse control のシミュレーション

この図4は本来の定義とは異なる方法で Inverse control を実装したプログラムによる10回分のシミュレーションである。

次の図5は、No control と Inverse control のシミュレーション結果を1000stepまでを示したグラフである。

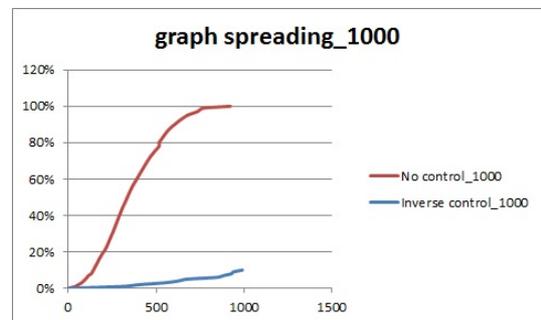


図 5: 1000step までのグラフ

6 今後の課題

今回の実験では、シミュレーションを行う際、逆数の重みを扱う部分をうまく実装することができなかった。この部分を実装する必要がある。また、本実験で用いたプログラムの実装が適切であったかどうかを確認する。

- [3] Duncan J. Watts & Steven H. Strogatz, Collective dynamics of 'small-world' networks, <http://www.nature.com/nature/journal/v393/n6684/abs/393440a0.html>
- [4] Hiroshi Toyozumi, Seiichi Tani, Optimal Spread over Finite-Size Statistical Network
- [5] A.-L. Barabasi and R. Albert. Emergence of scaling in random networks. *Science*,286:509-512, 1999. <http://www.sciencemag.org/content/286/5439/509.short>
- [6] 今野紀雄 , 井手 勇介 複雑ネットワーク入門 (KS 理工学専門書) 2008/05/13.