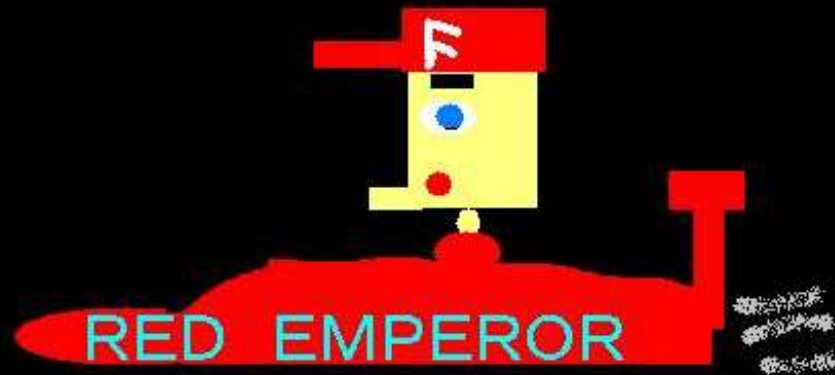




単体分割を利用した結び目の 近傍抜き取りプログラムの試作

日本大学文理学部
情報システム解析学科 曽根英則

目次

1. 準備と研究の目的
2. 作成ツールについて
3. デモ
4. 今後の課題

目次

1. 準備と研究の目的
2. 作成ツールについて
3. デモ
4. 今後の課題

目次

1. 準備と研究の目的

1.1 結び目について

1.2 研究目的

1.3 単体分割

1.4 結び目近傍と近傍の抜き取り

1.5 重心細分を利用した近傍の抜き取り

目次

1. 準備と研究の目的

1.1 結び目について

1.2 研究目的

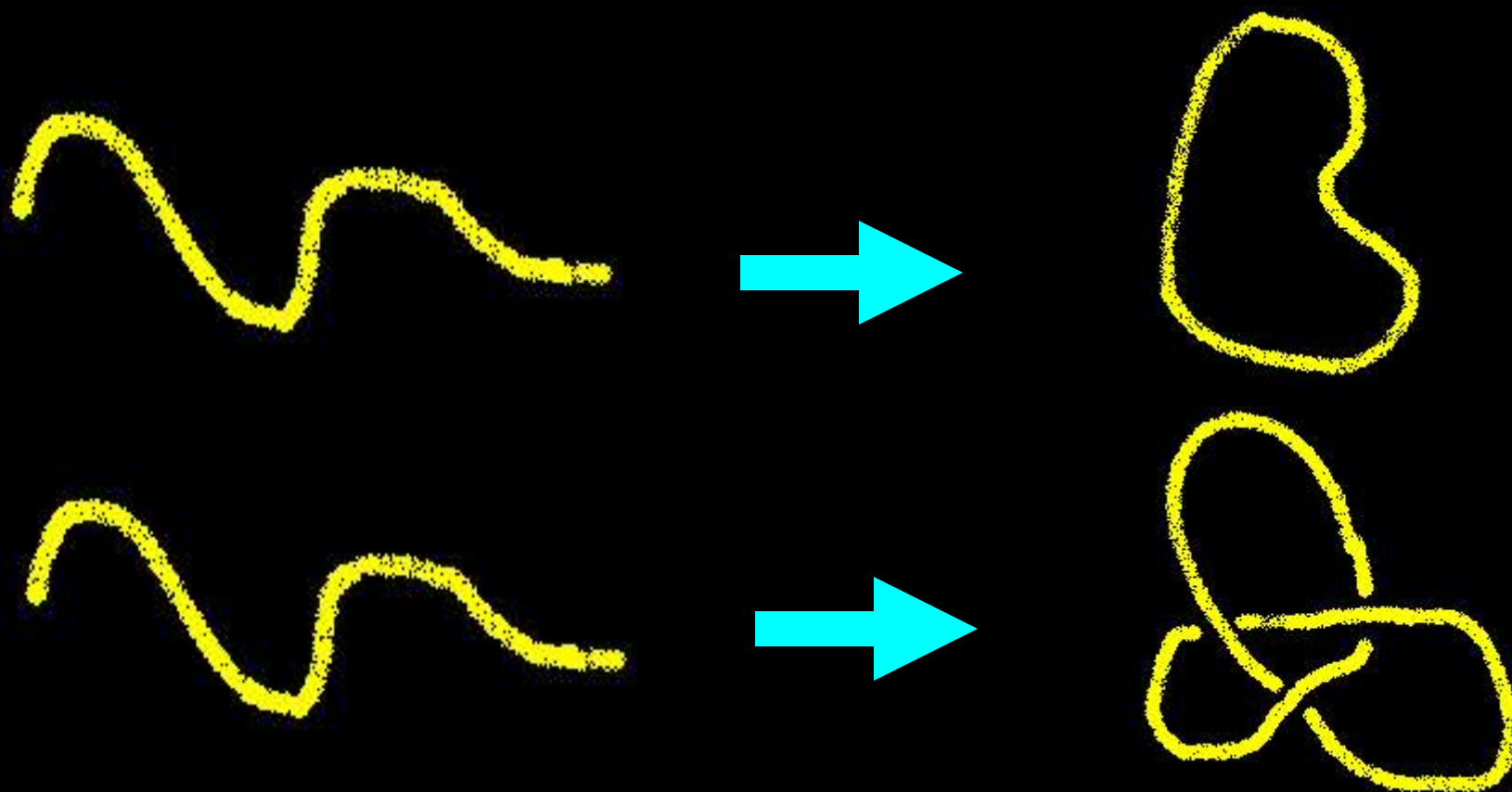
1.3 単体分割

1.4 結び目近傍と近傍の抜き取り

1.5 重心細分を利用した近傍の抜き取り

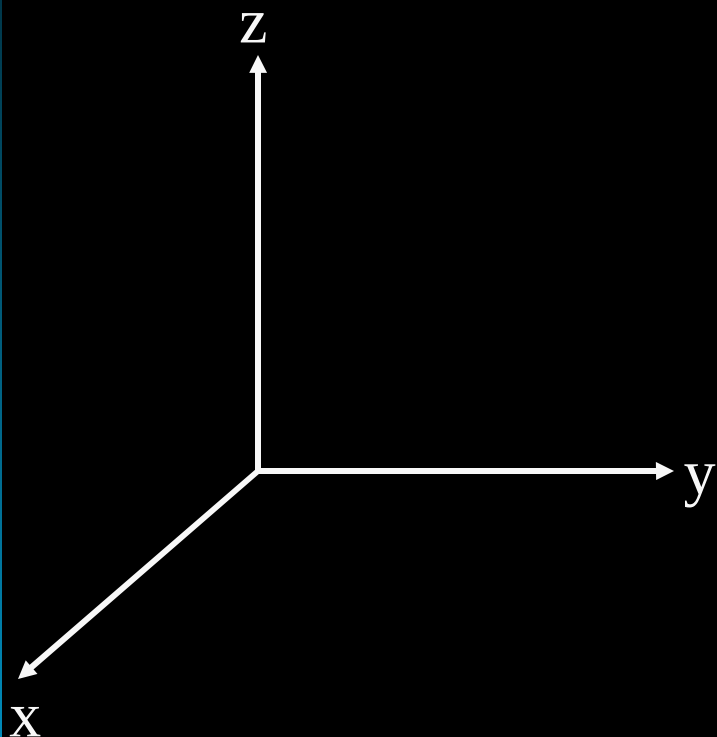
結び目とは

1 本の自由に伸び縮みするゴム紐の両端を結んだもの

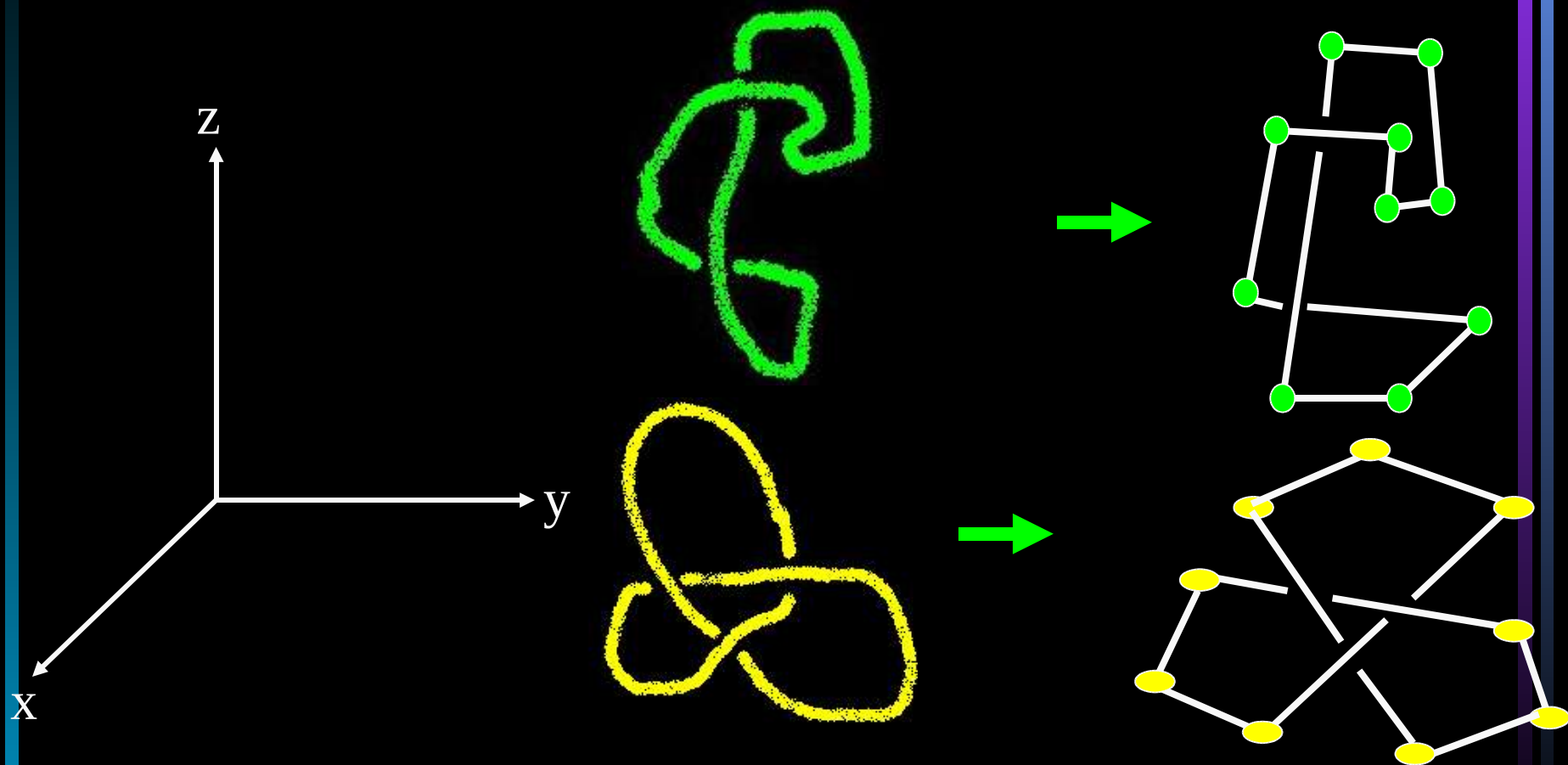


結び目の定義

- 3次元空間に埋め込まれた1本の単純閉折線



単純閉折線は頂点の順番と頂点間の線分で
あらわせる



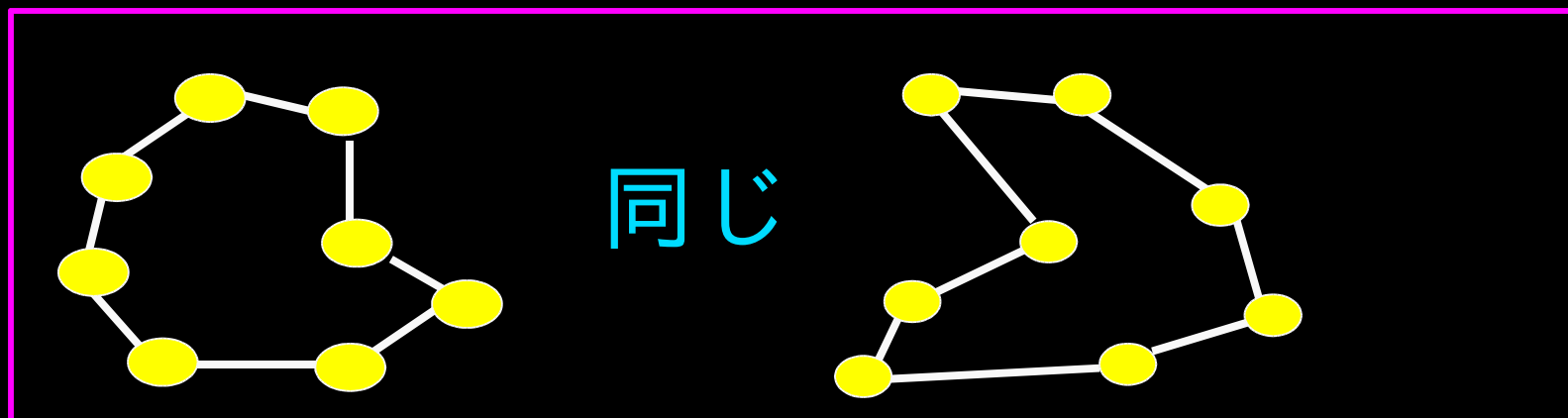
結び目は自由に伸び縮みするゴム紐だから

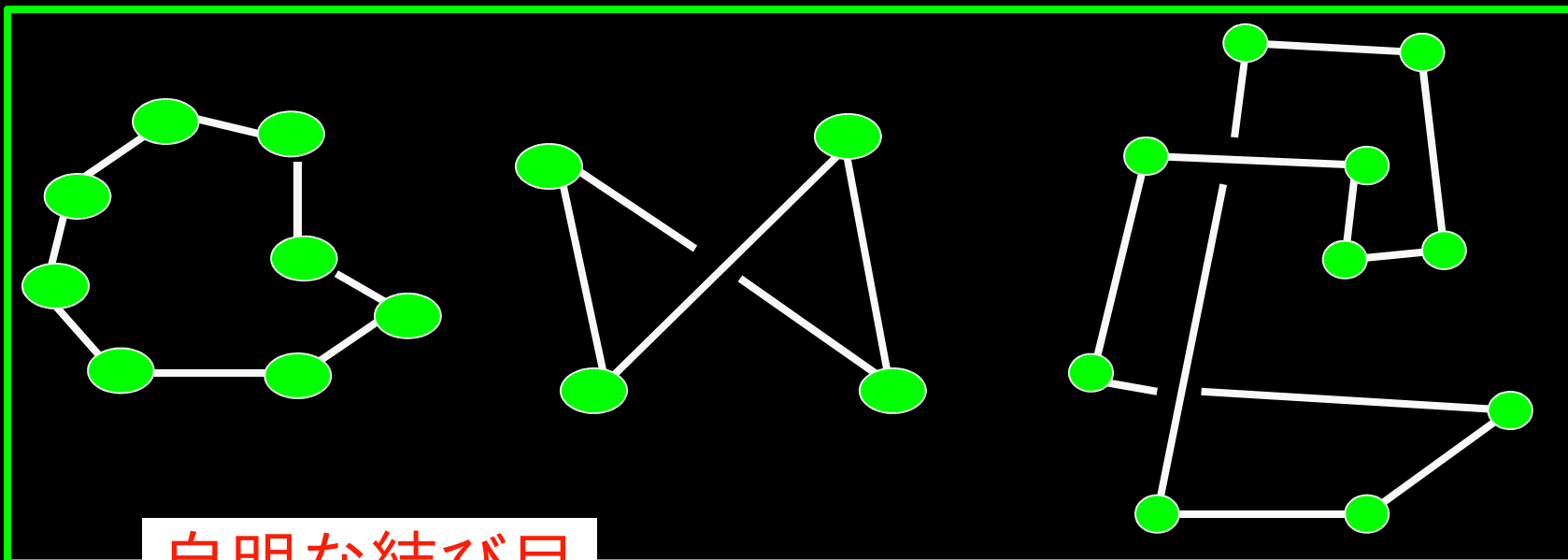
→ 伸ばす, 縮める

OK

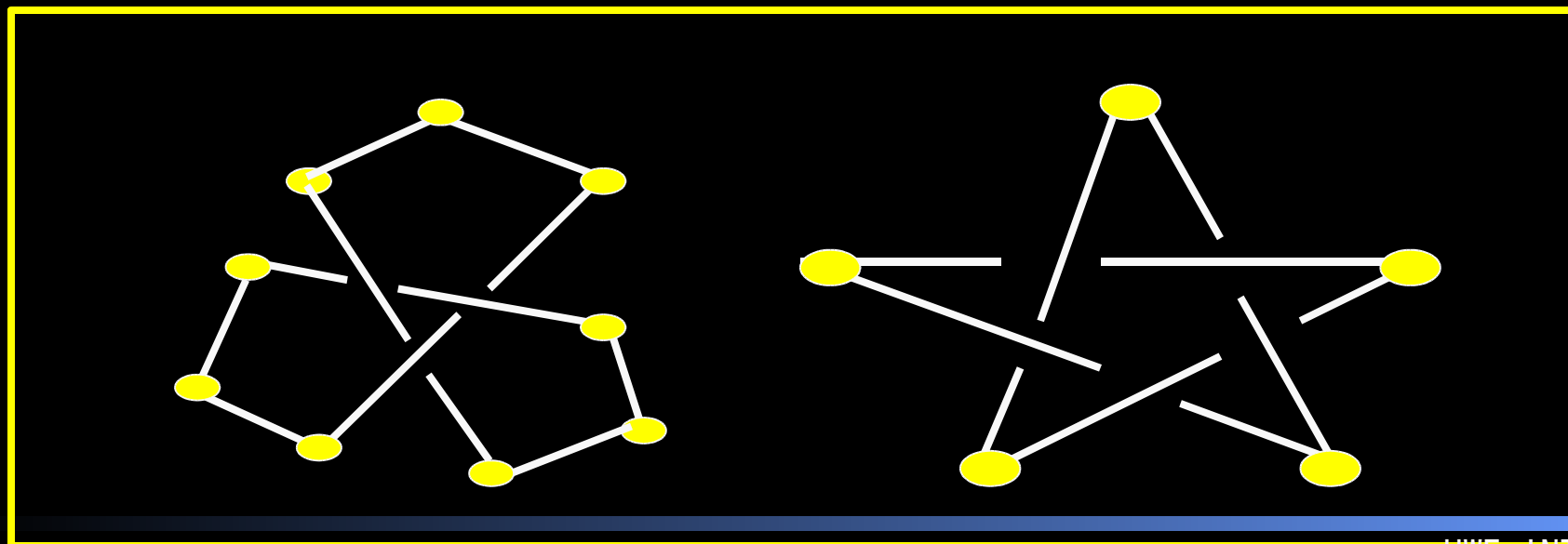
→ 切る, 貼り付ける

やってはいけない





自明な結び目



目次

1. 準備と研究の目的

1.1 結び目について

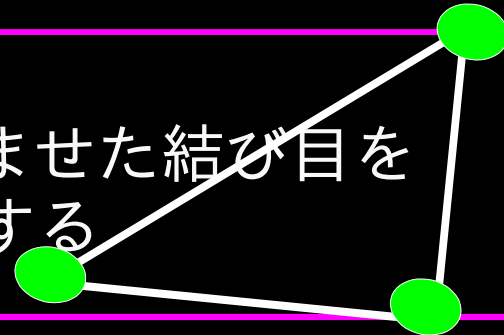
1.2 研究目的

1.3 単体分割

1.4 結び目近傍と近傍の抜き取り

1.5 重心細分を利用した近傍の抜き取り

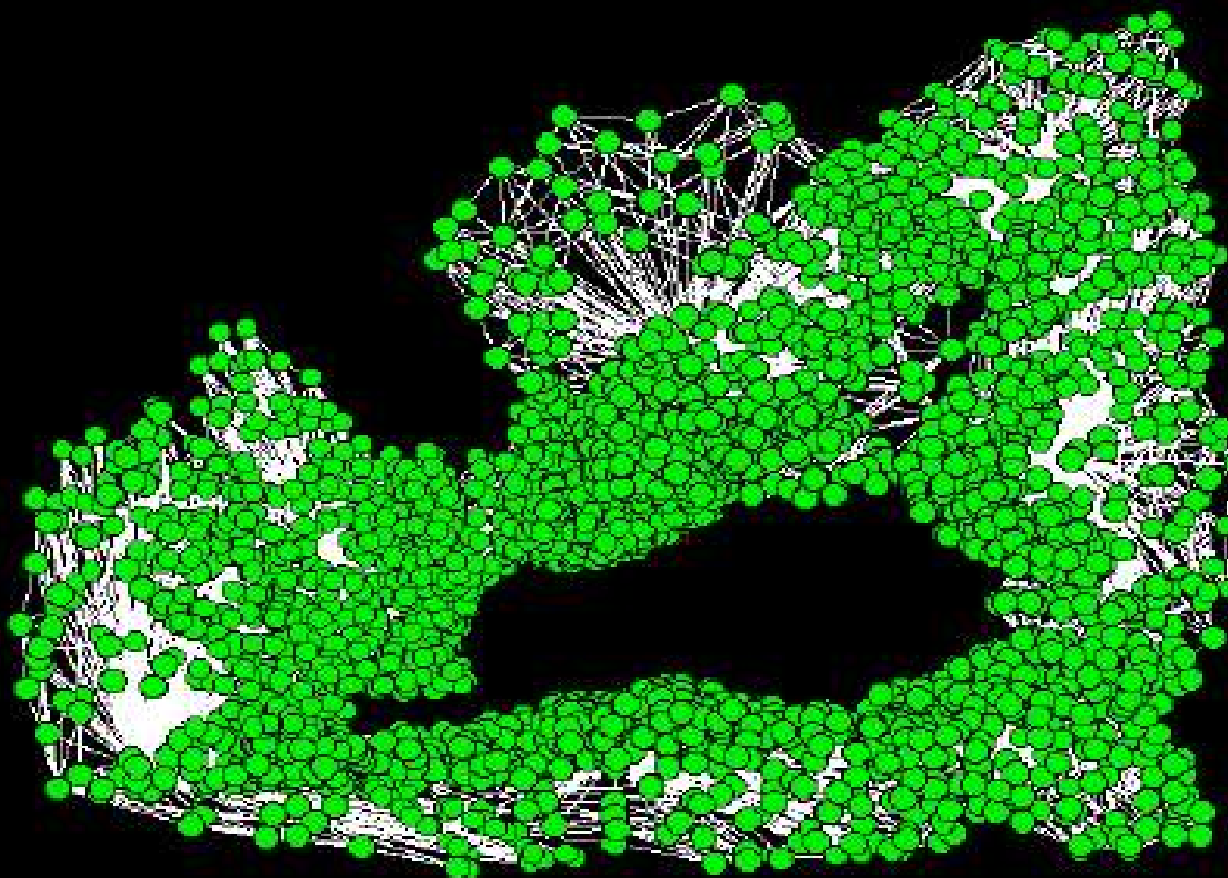
トポロジストは
結び目を膨らませ、その膨らませた結び目を
空間から抜き取る操作をよくする



そ

あれば

的



目次

1. 準備と研究の目的

1.1 結び目について

1.2 研究目的

1.3 単体分割

1.4 結び目近傍と近傍の抜き取り

1.5 重心細分を利用した近傍の抜き取り

単体とは何か

0 次元

点



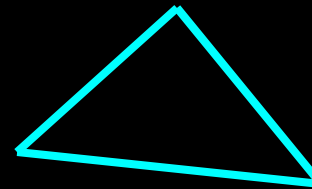
1 次元

線



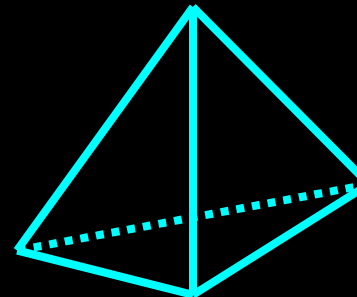
2 次元

三角形



3 次元

四面体



UWF INTER

単体分割とは

2次元での単体分割

三角形分割

3次元での単体分割

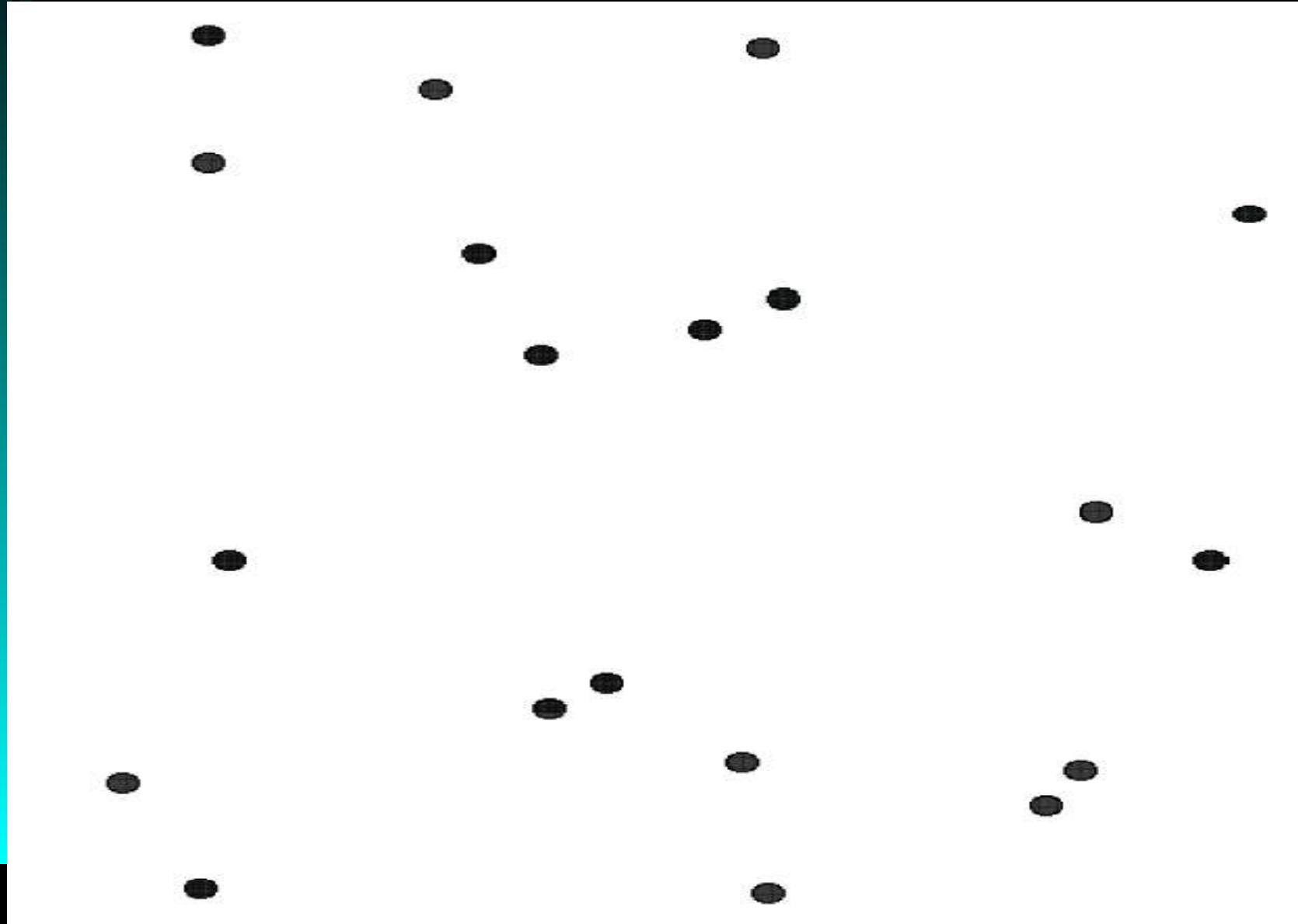
四面体分割

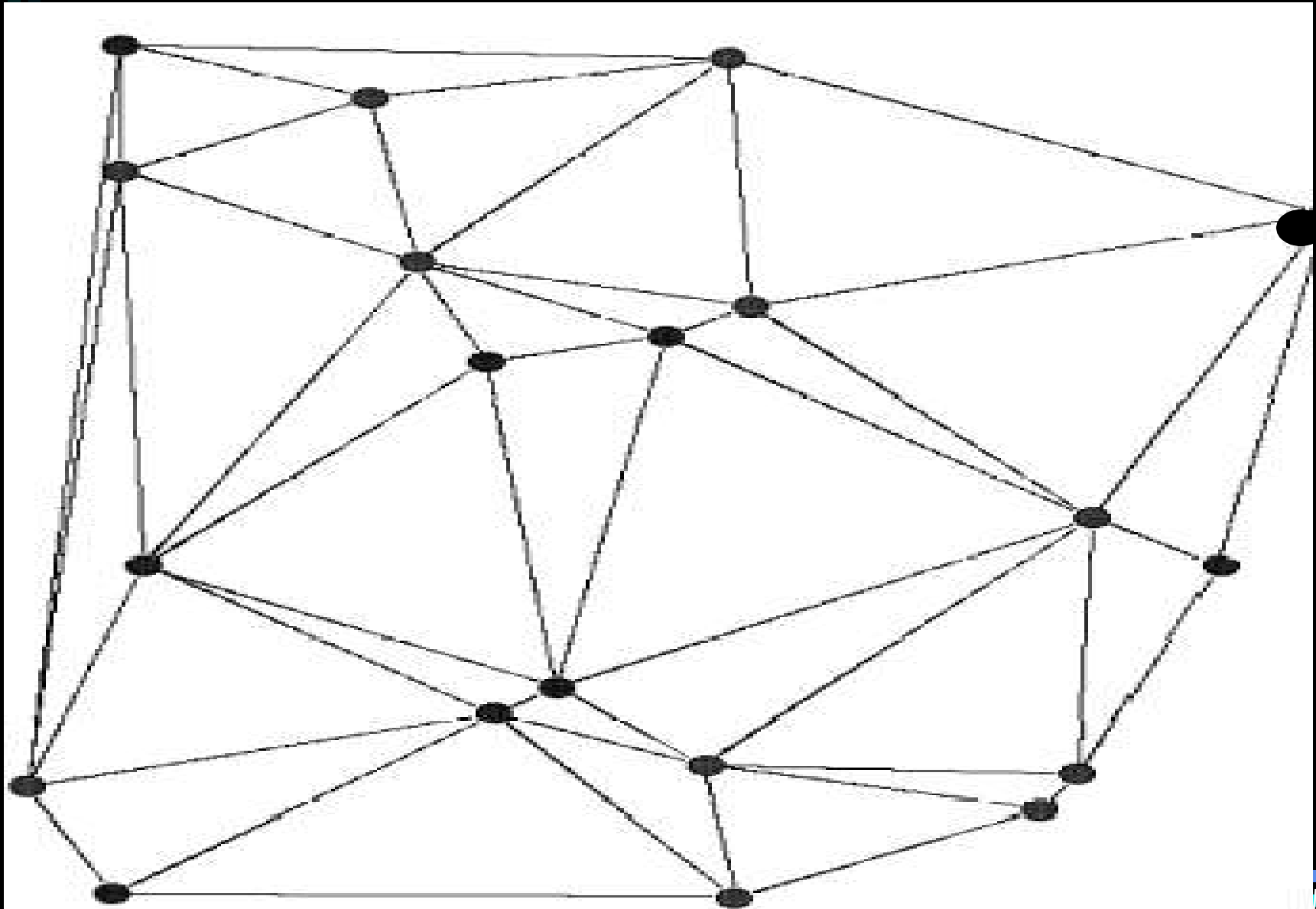
三角形分割

平面上に任意の頂点がありこれらを頂点とする
三角形で平面を分割する

四面体分割

空間上に任意の頂点がありこれら
を頂点とする四面体で空間を分割する





四面体分割の例

目次

1. 準備と研究の目的

1.1 結び目について

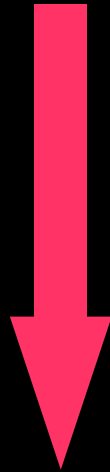
1.2 研究目的

1.3 単体分割

1.4 結び目近傍と近傍の抜き取り

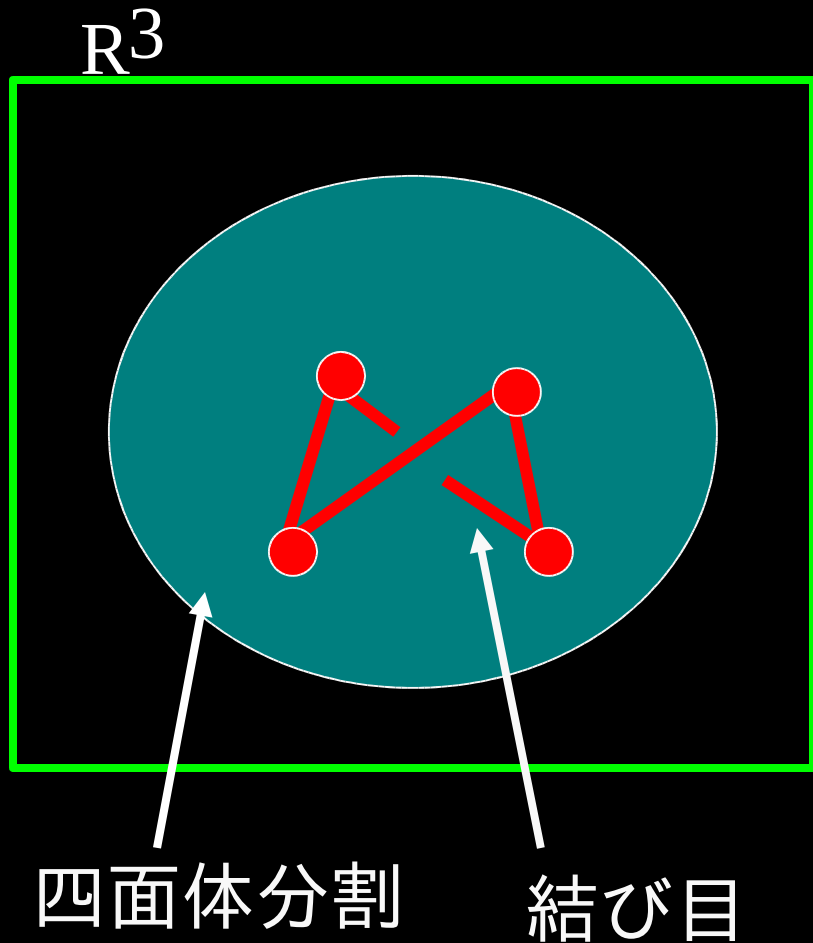
1.5 重心細分を利用した近傍の抜き取り

結び目の表現



四面体分割を構成する四面体の頂点や
辺からなる単純閉折線

結び目の近傍

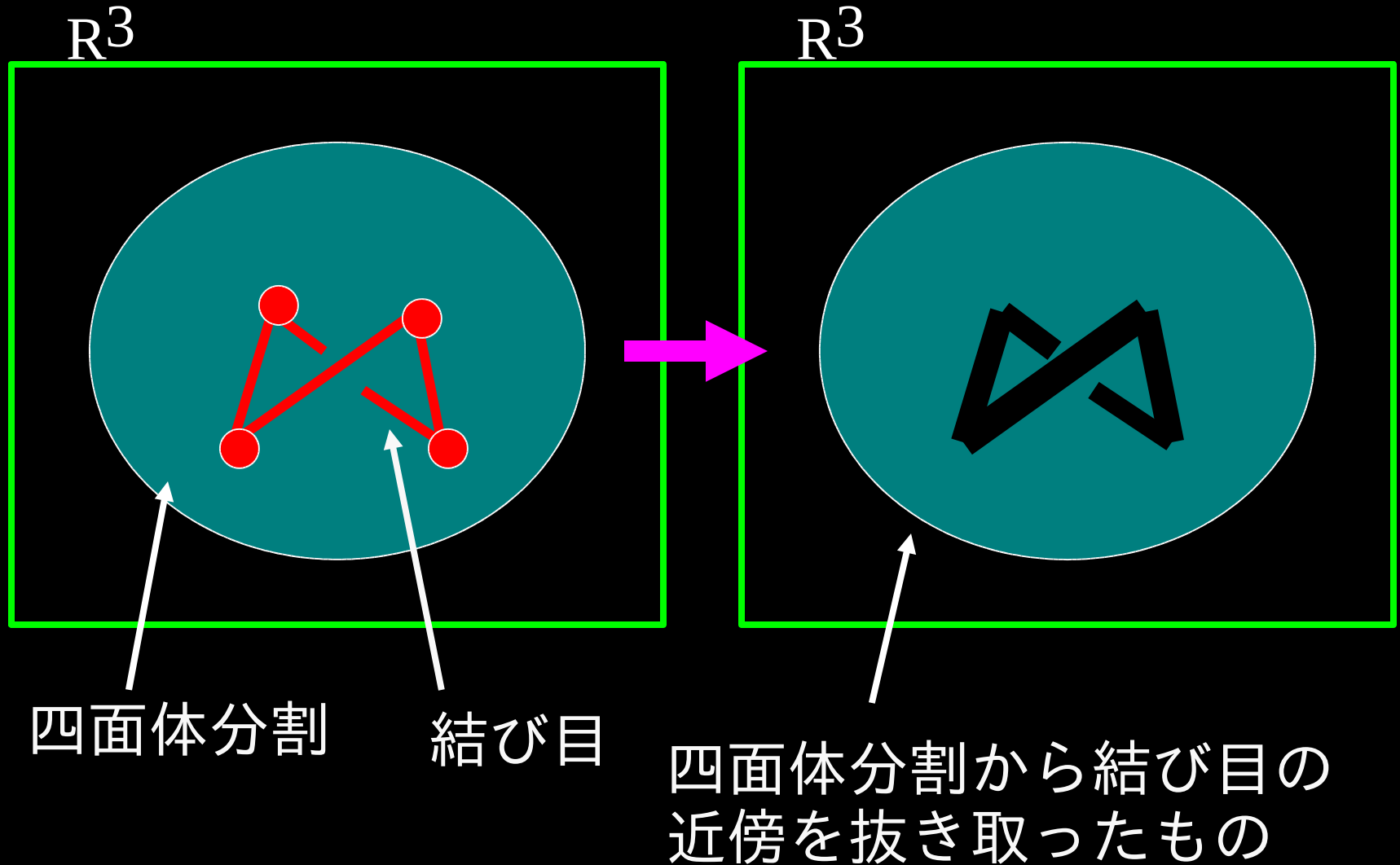


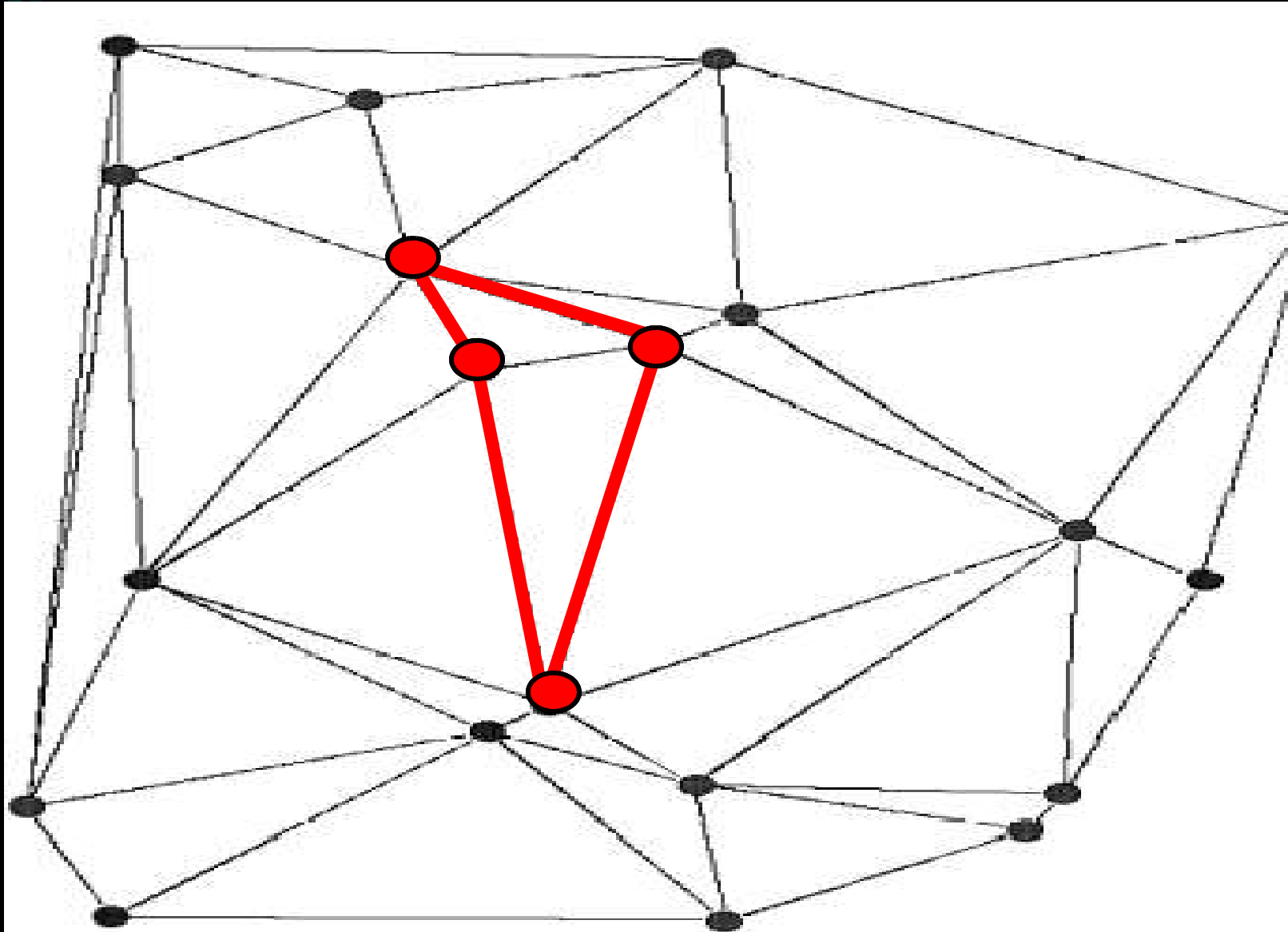
結び目の近傍



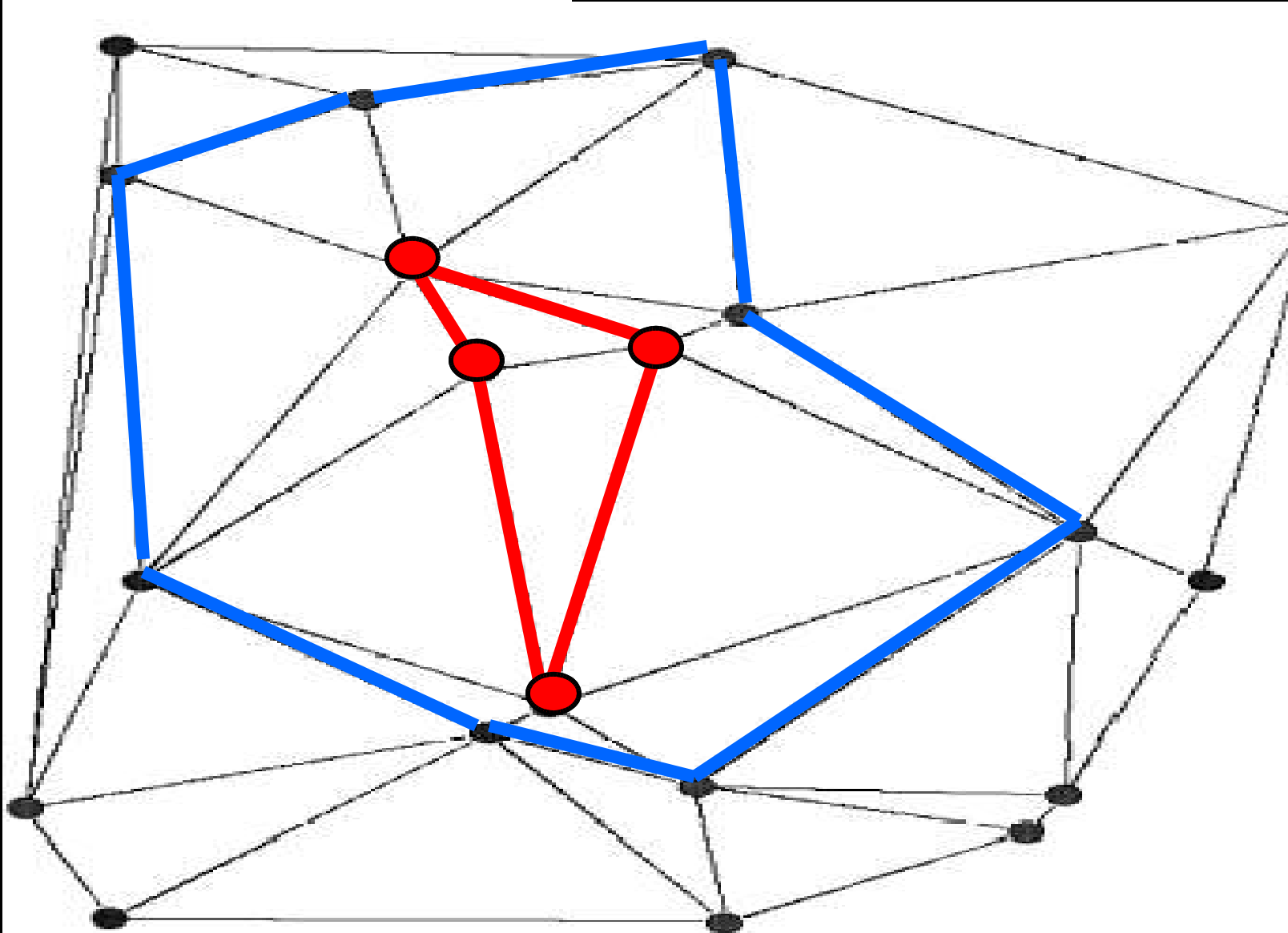
結び目の頂点または辺を共有する四面体の集合

結び目の近傍の抜き取り

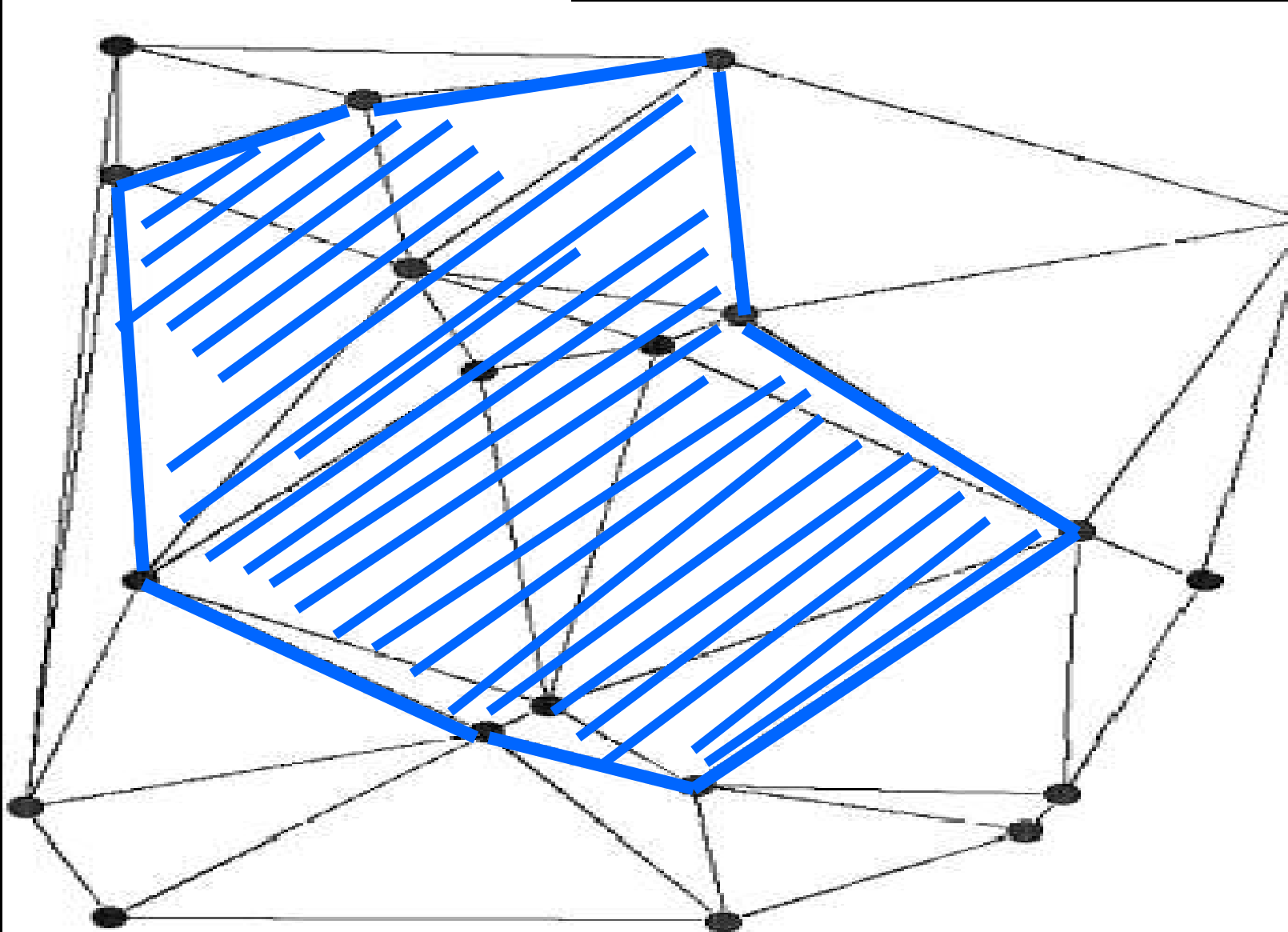




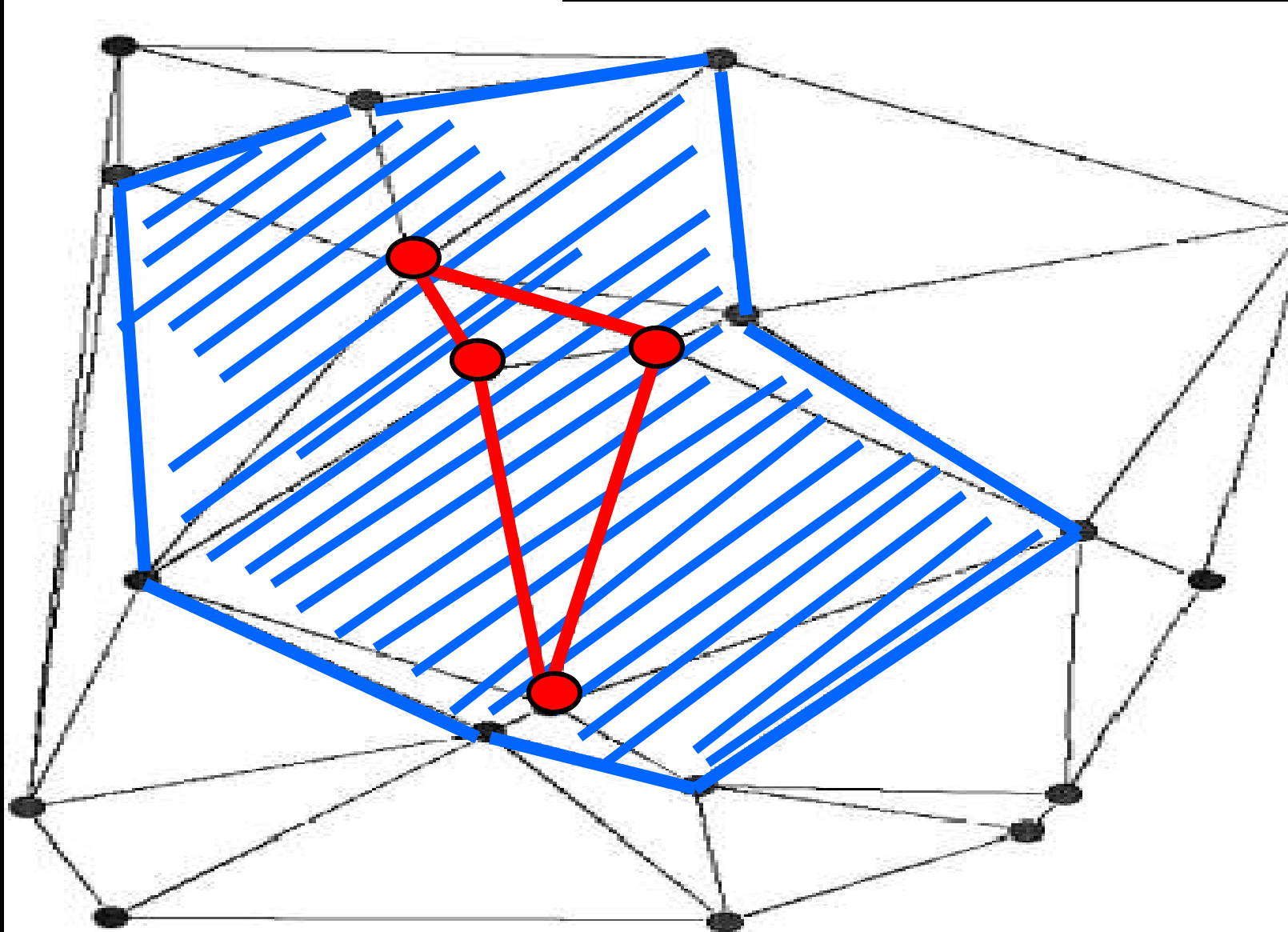
結び目の近傍を表示



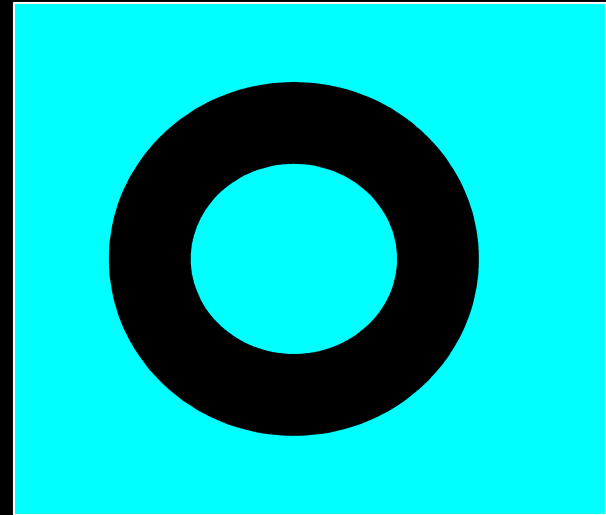
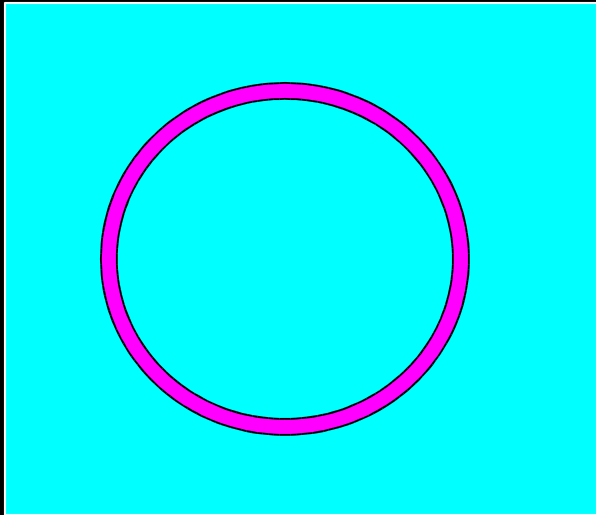
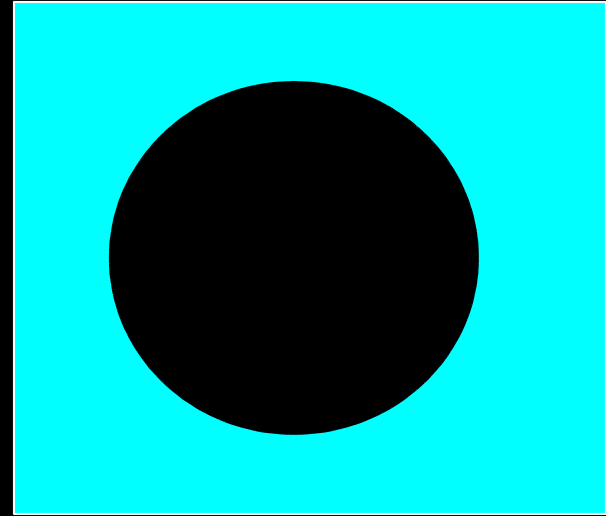
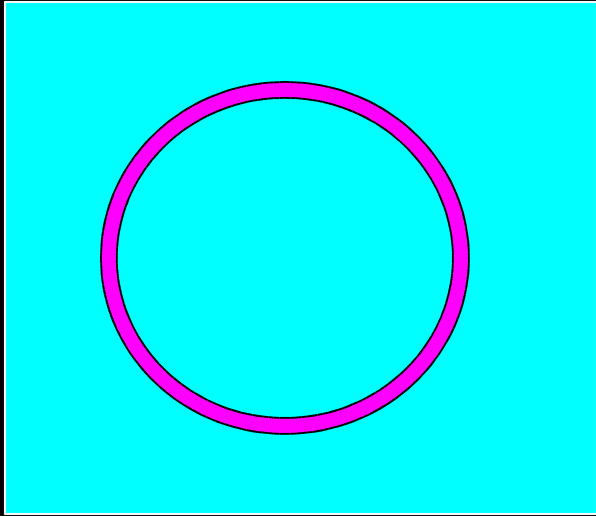
結び目の近傍を削除



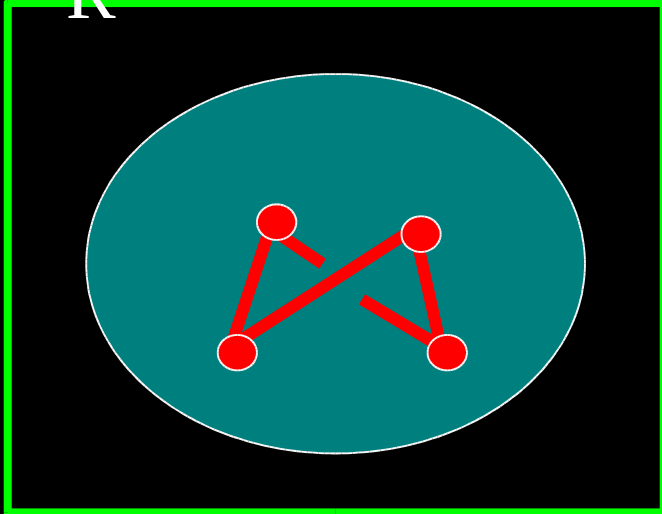
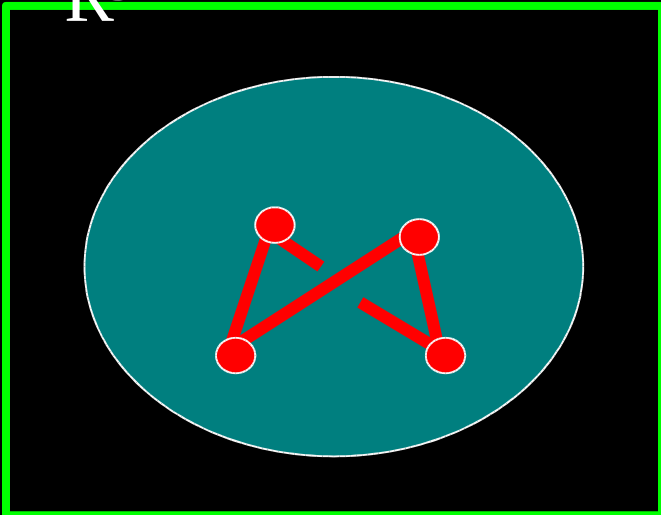
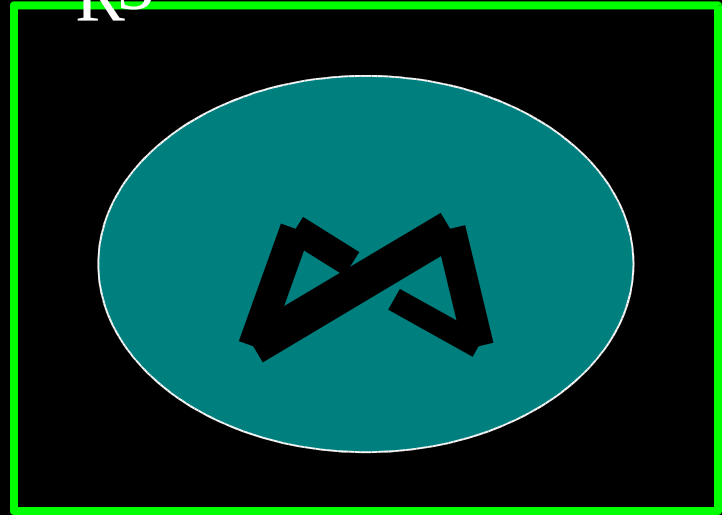
結び目の近傍を削除



結び目の近傍の抜き取り



結び目の近傍の抜き取り

 R^3  R^3  R^3  R^3 

目次

1. 準備と研究の目的

1.1 結び目について

1.2 研究目的

1.3 単体分割

1.4 結び目近傍と近傍の抜き取り

1.5 重心細分を利用した近傍の抜き取り

重心細分

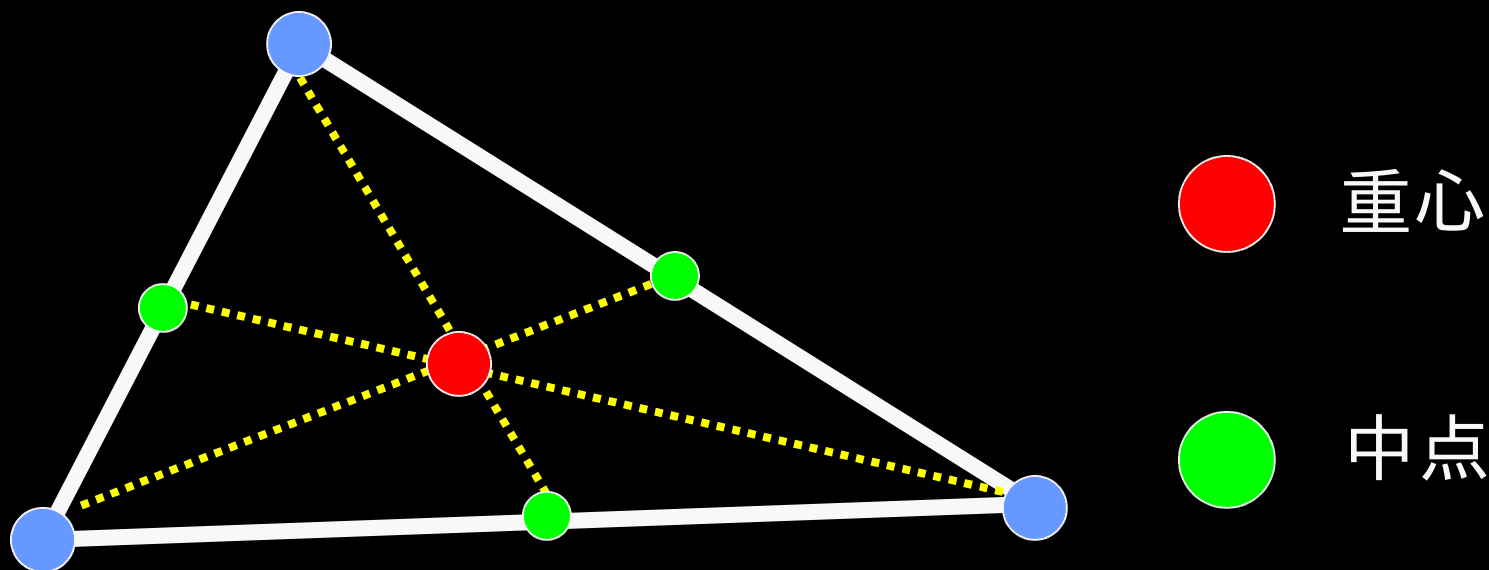
細分：単体をさらに細かく分け新たな単体を作ること

重心細分：分けられた単体すべてが元の単体の重心を頂点にもつように細分すること

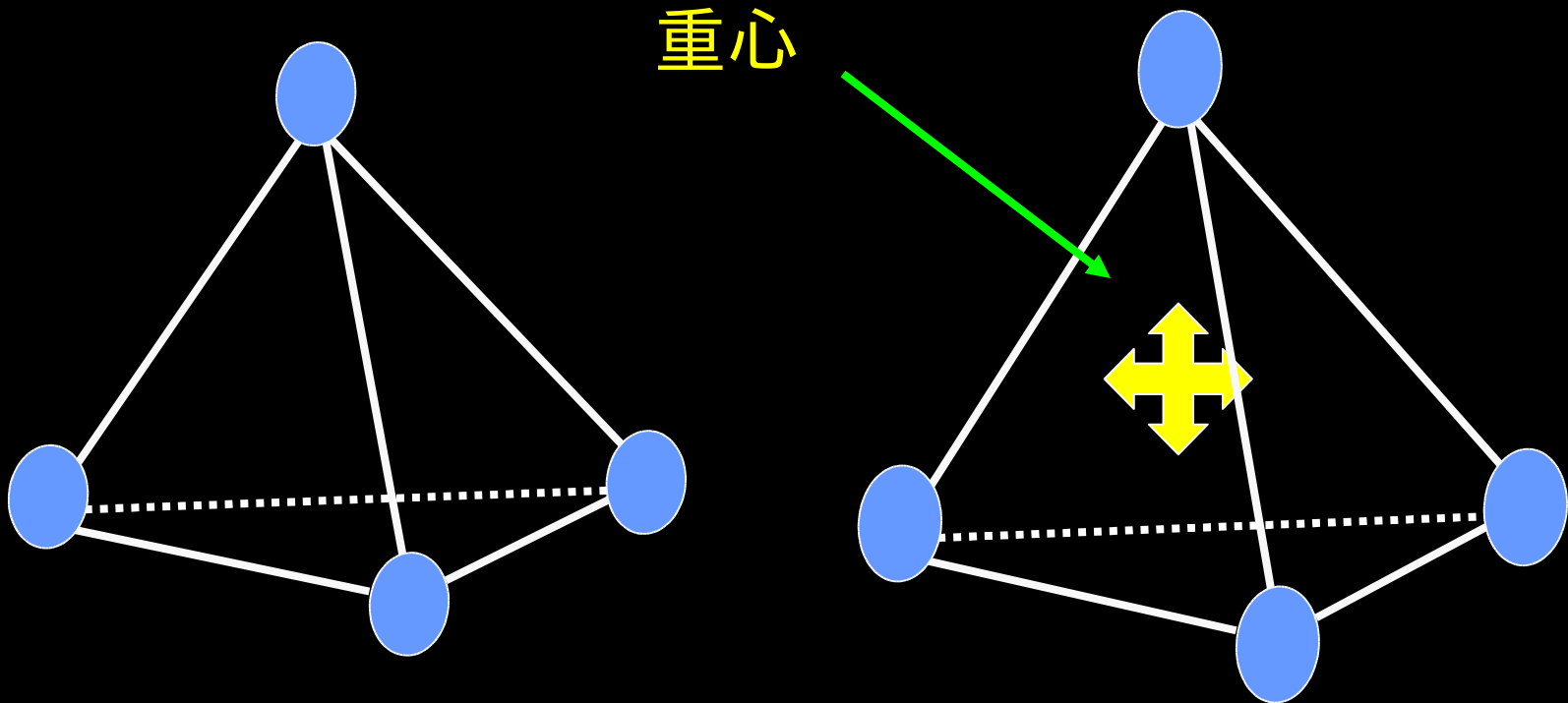
2回重心細分：重心細分によってできる単体にもう1度重心細分を行うこと

三角形の重心細分の例

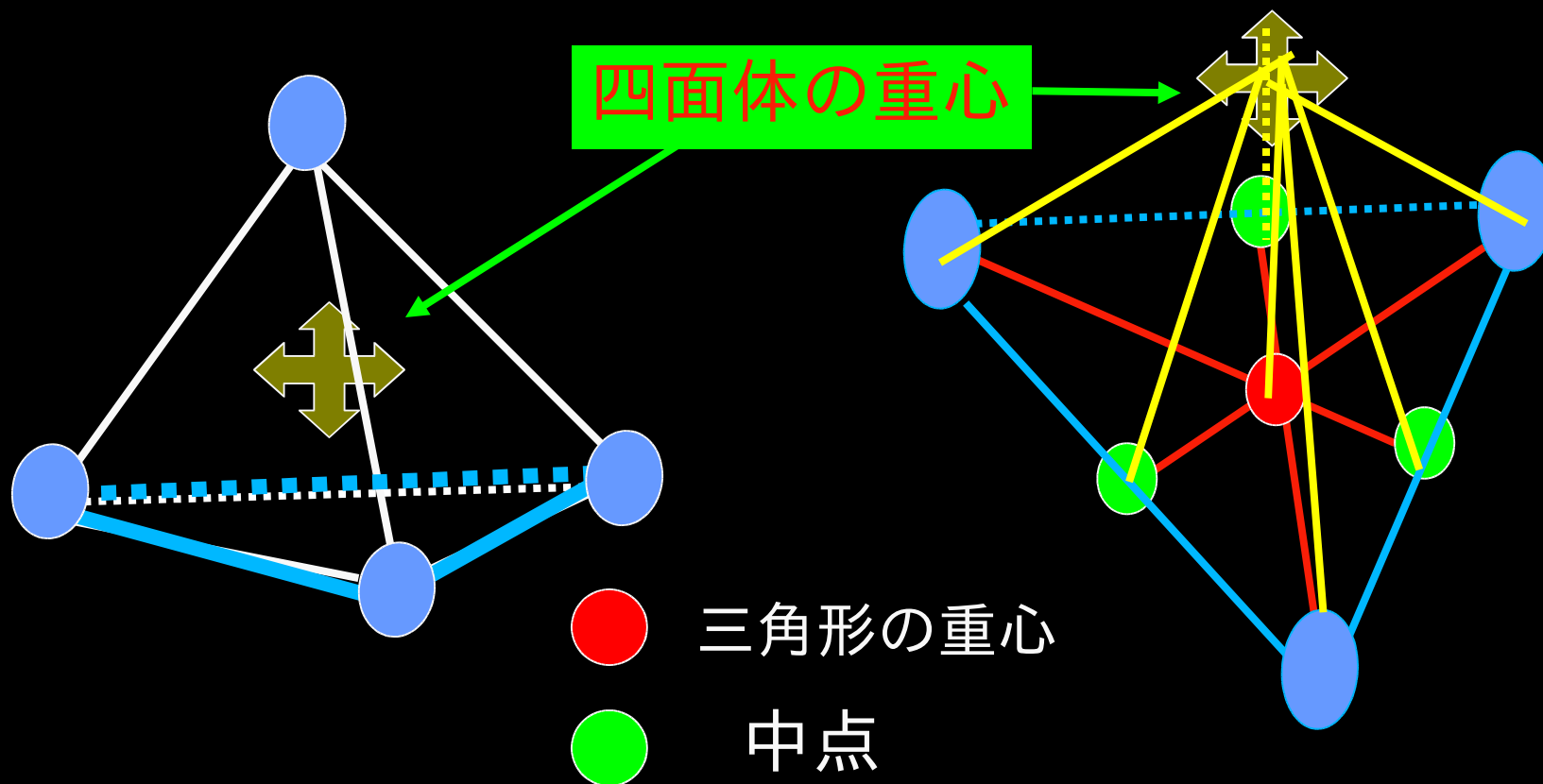
重心細分：分けられた単体すべてが元の単体の重心を頂点にもつように細分すること



四面体の重心



四面体の重心細分の例

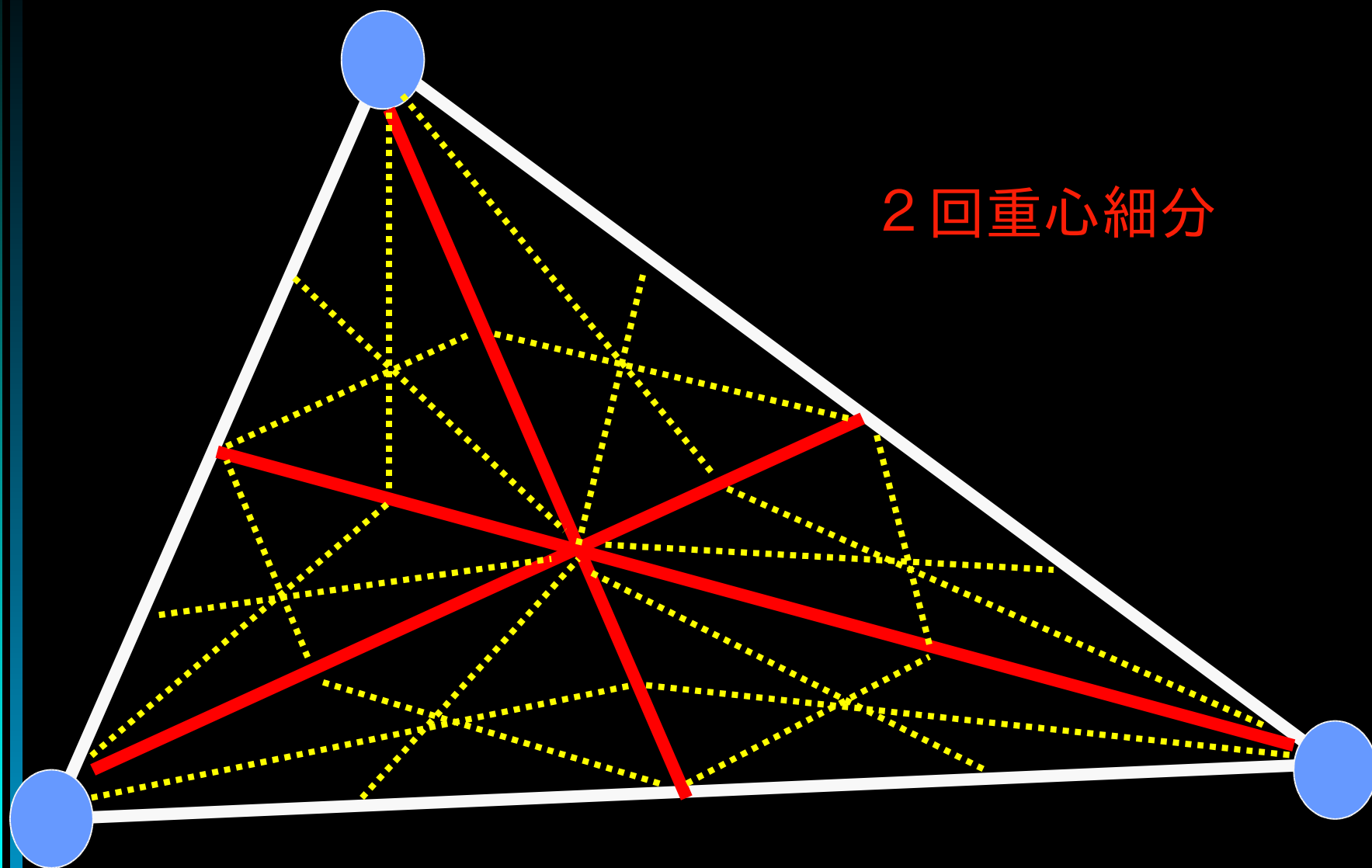


四面体の1つの面に対して四面体が6つ

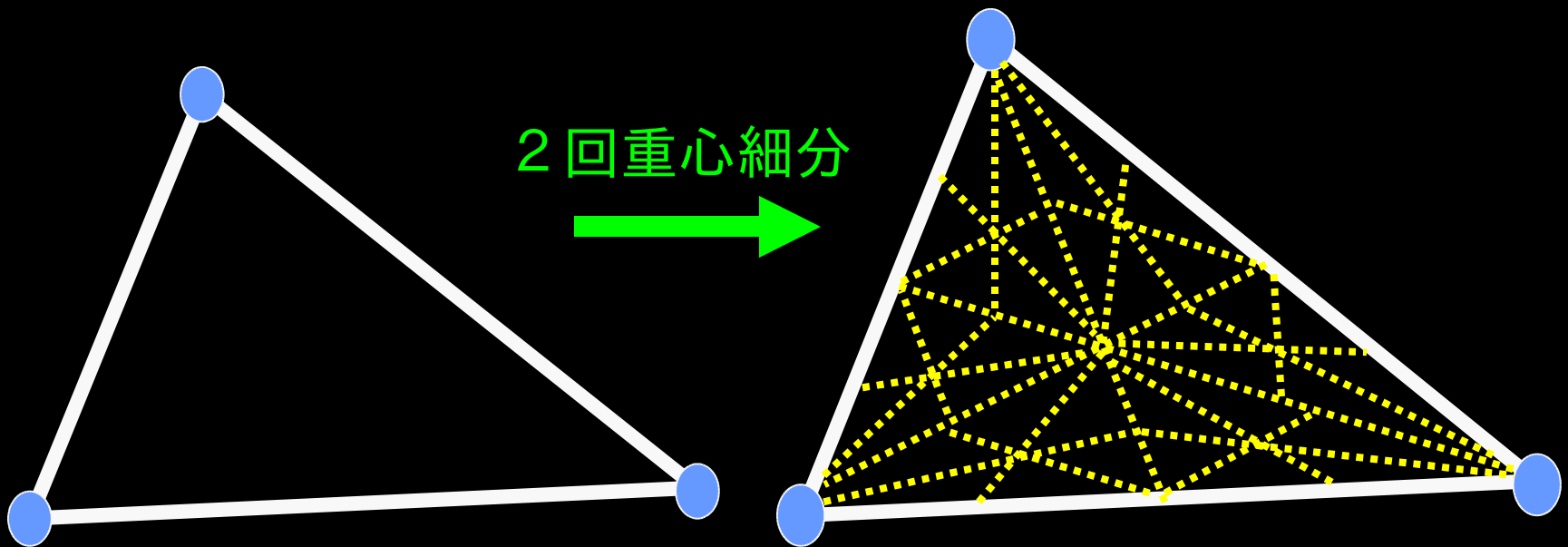
四面体を重心細分すると24個の四面体ができる

四面体の重心細分の例

重心細分

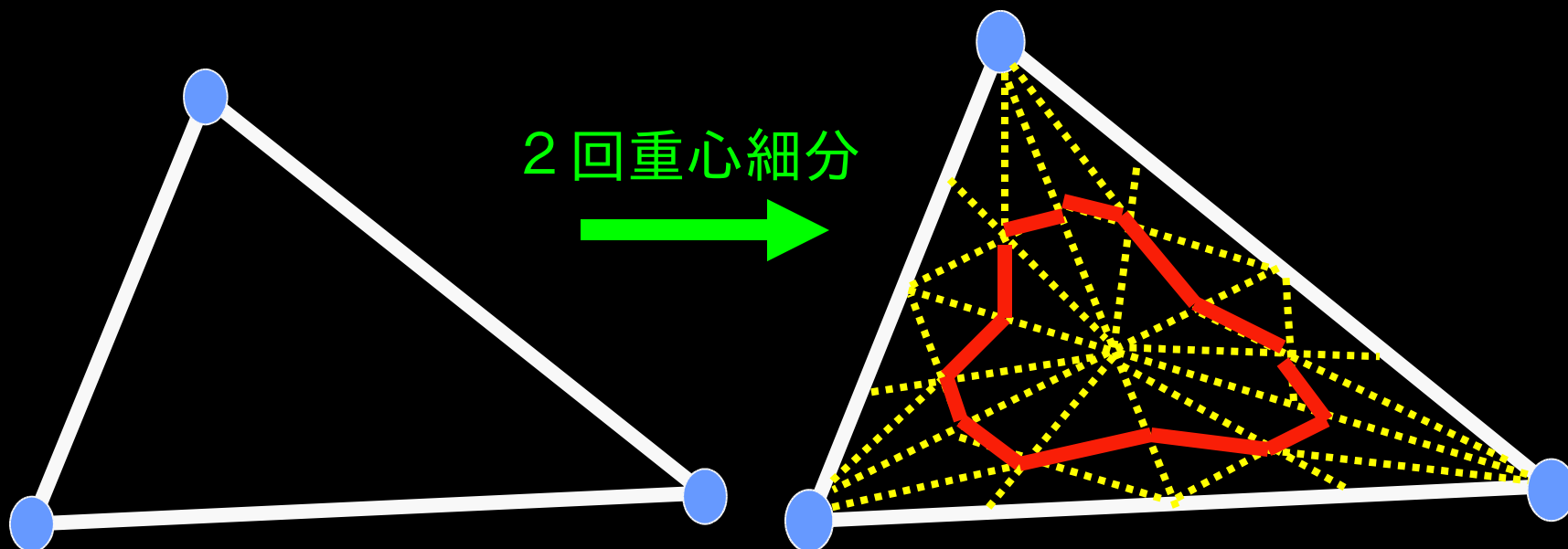


結び目の近傍

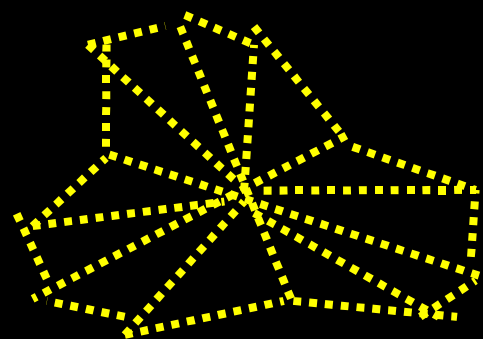


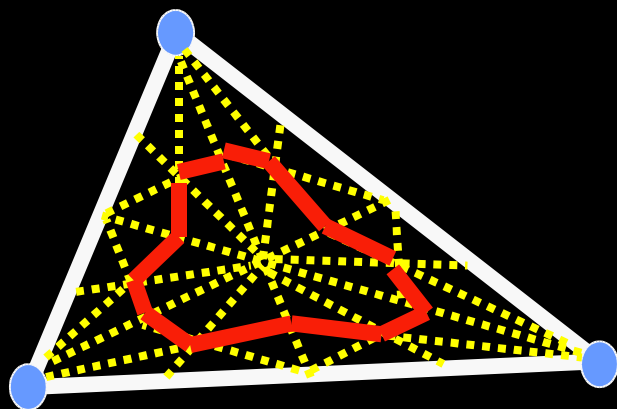
結び目の近傍：結び目の頂点または辺を共有している三角形の集合

結び目の近傍を抜き取る



結び目の近傍
を抜き取る





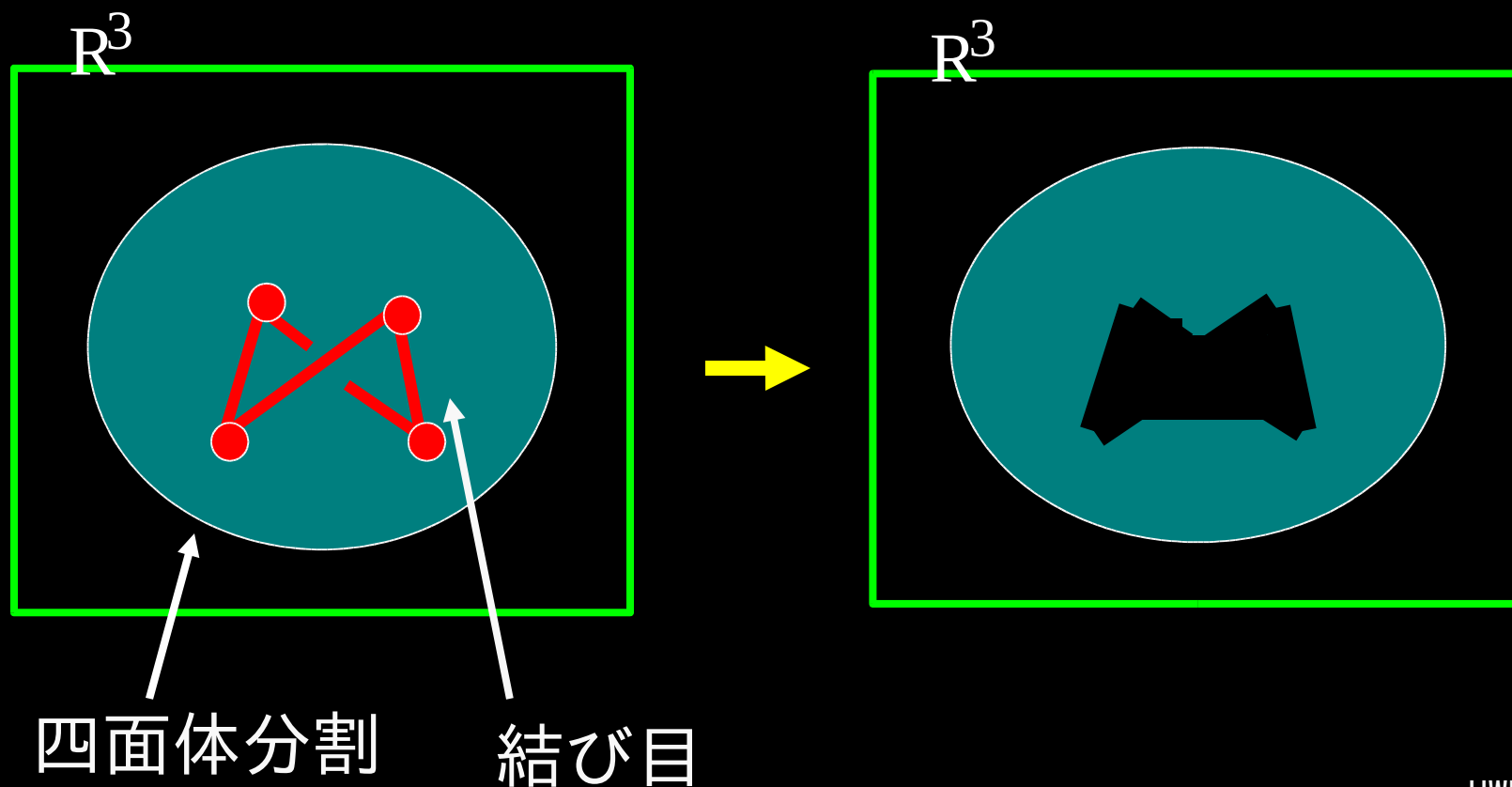
2回重心細分を行うことで元の単体の線分に接していない新たな単体を作ることができる

同様のことが四面体でもいえる

四面体分割を構成する各四面体に2回重心細分

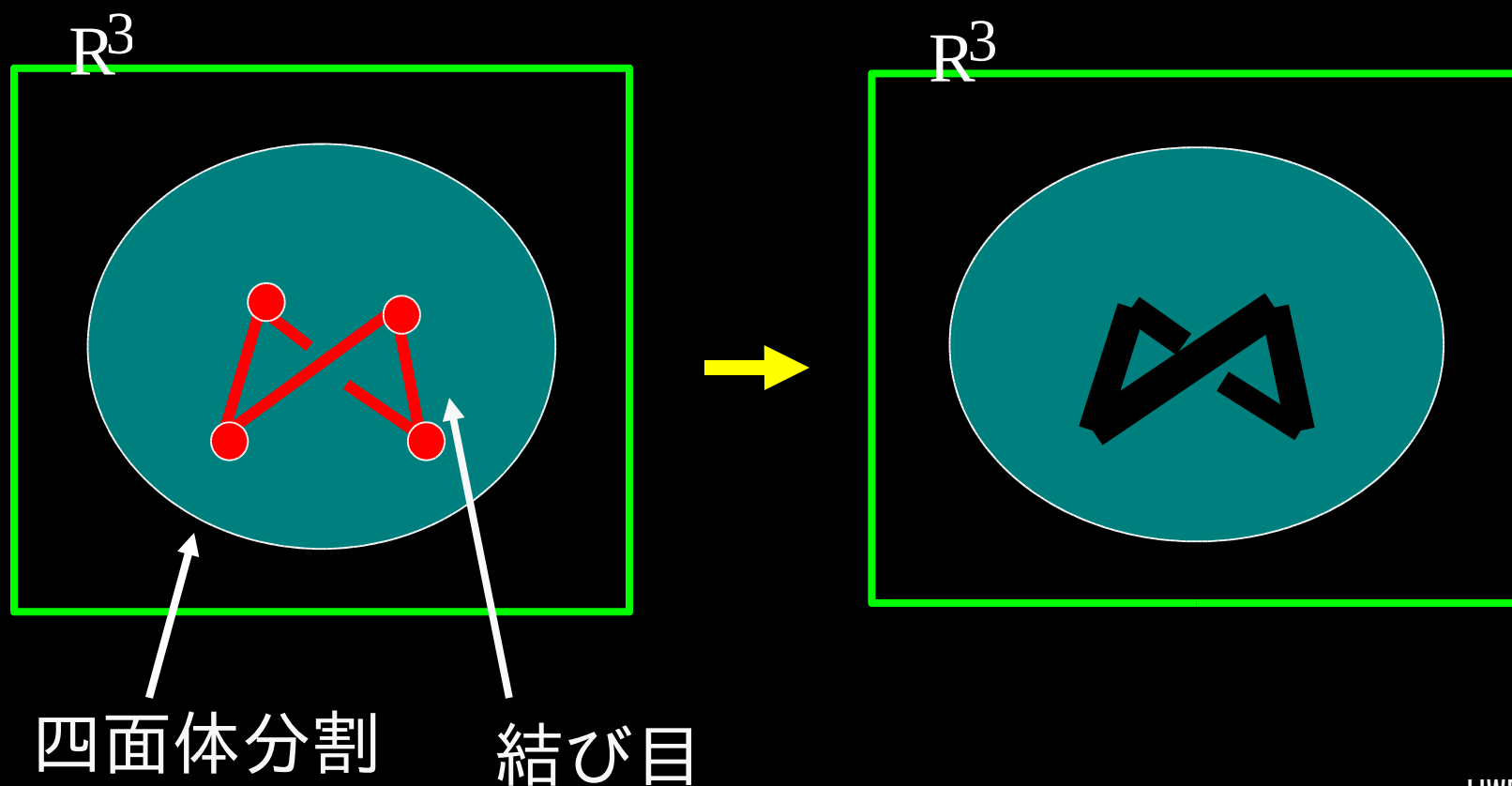
2 回重心細分して結び目の近傍の抜き取り

四面体分割の四面体に対して 2 回重心細分



2 回重心細分して結び目の近傍の抜き取り

四面体分割の四面体に対して 2 回重心細分



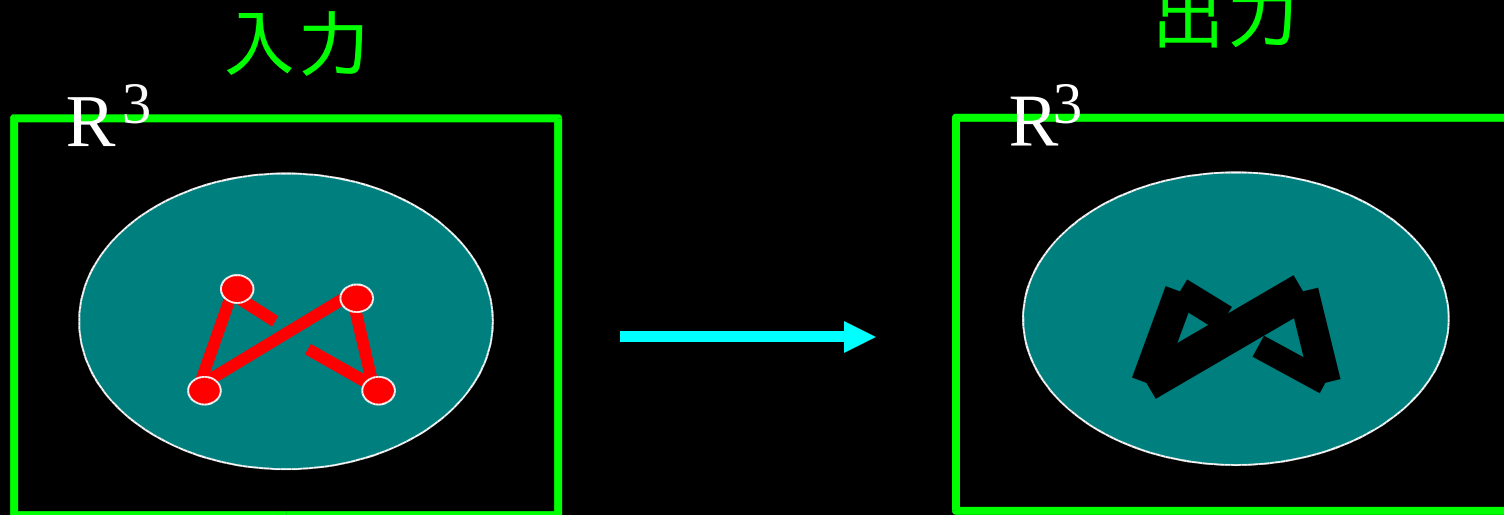
目次

1. 準備と研究の目的
2. 作成ツールについて
3. デモ
4. 今後の課題

作成ツールについて

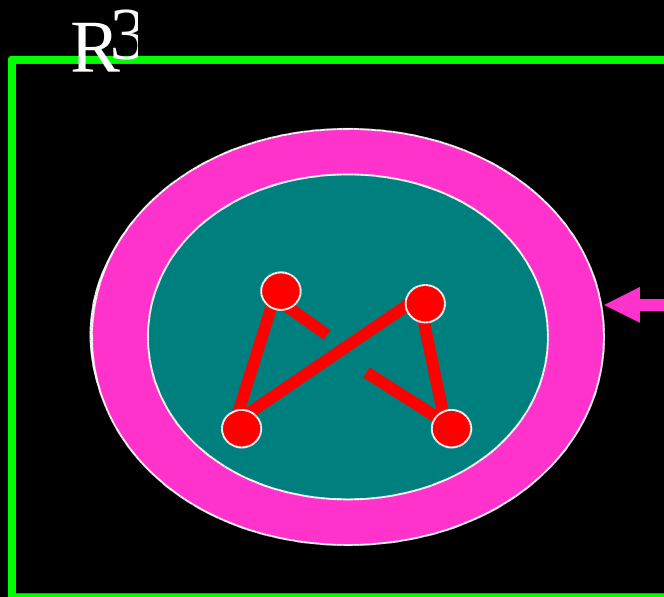
入力： 四面体分割を構成する四面体の頂点と
辺から選んだ結び目

出力（欲しい結果）： 四面体分割から結び目
の近傍を抜き取ったもの



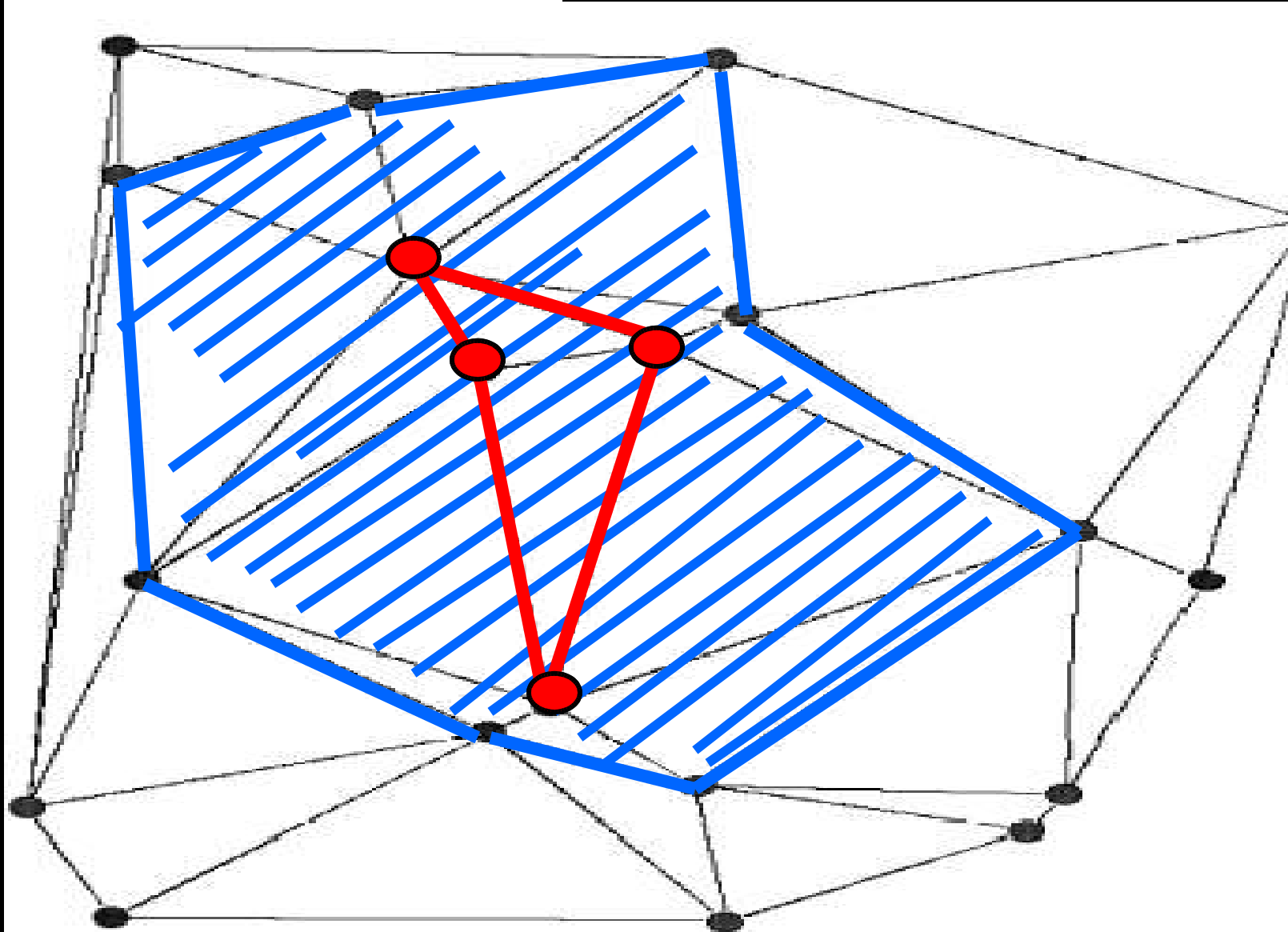
入力 → 各四面体に 2 回重心細分

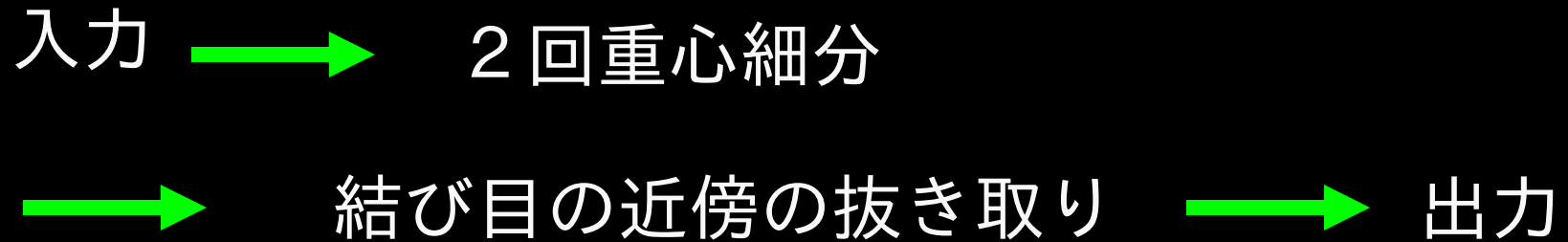
結び目に接していない
四面体には重心細分はしない



結び目の近傍の抜き取り
には関係ない

結び目の近傍を削除



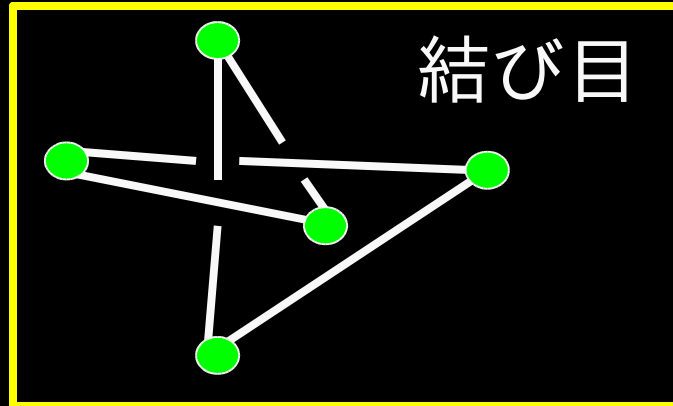


結び目の頂点を共有している四面体を削除

四面体分割から結び目の近傍を抜き取ったもの

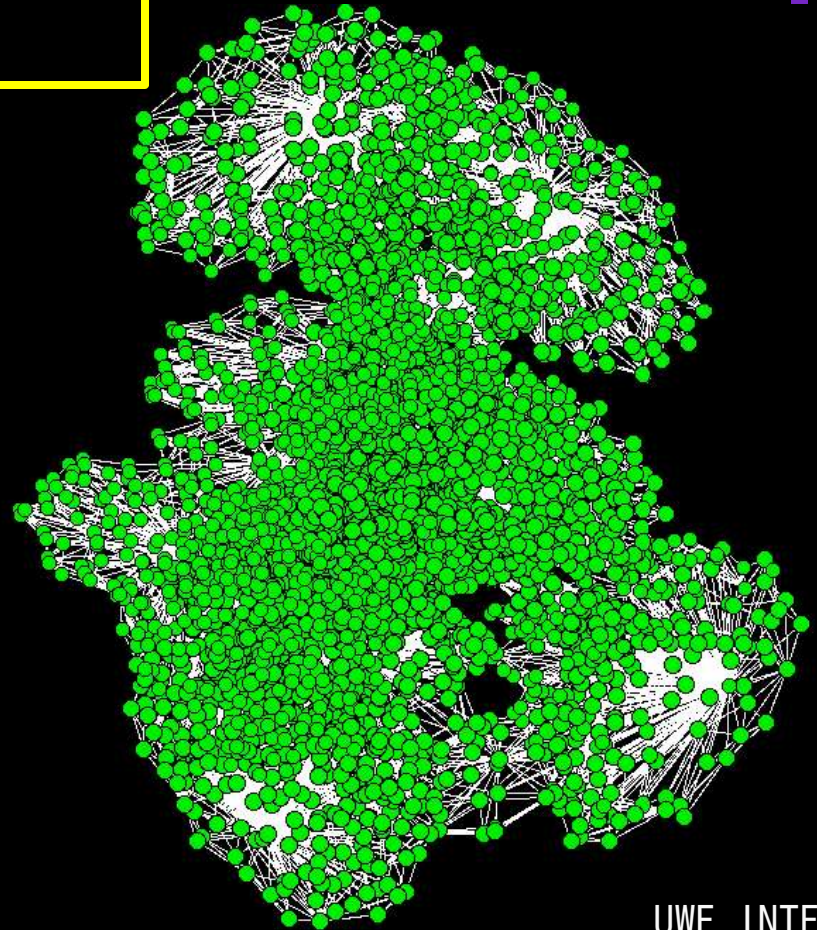
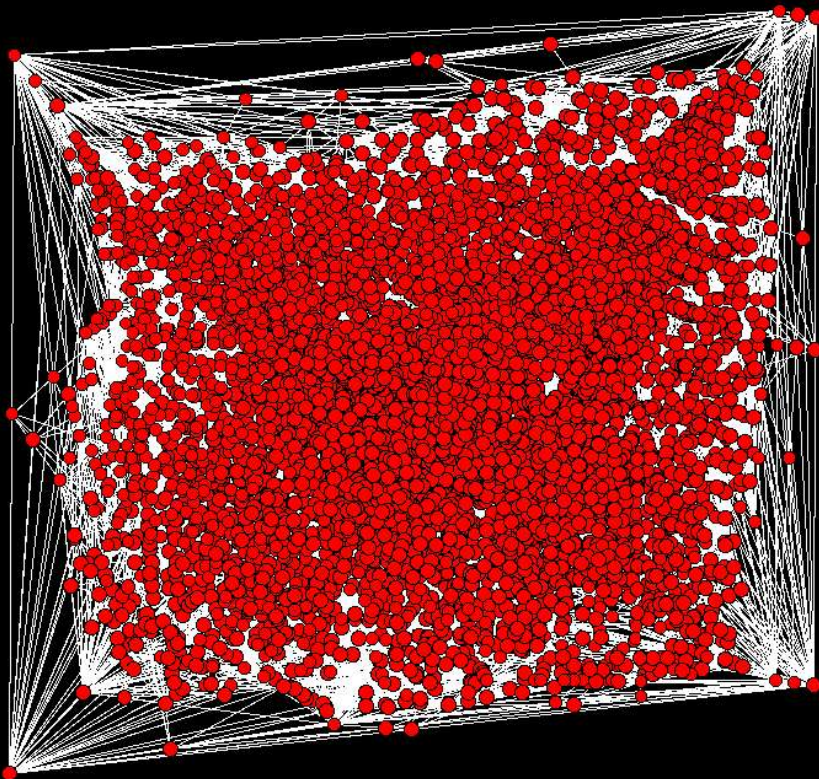
目次

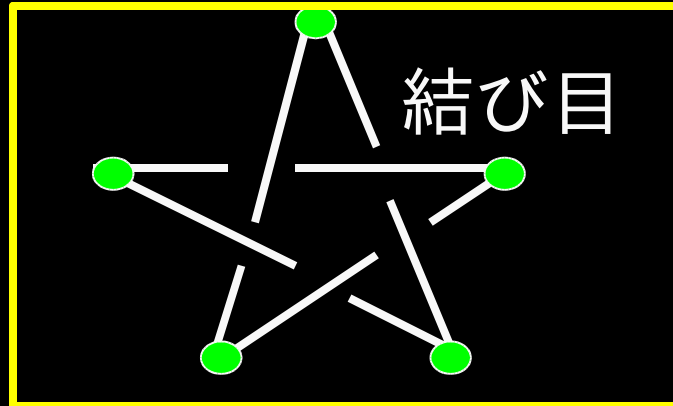
1. 準備と研究の目的
2. 作成ツールについて
3. デモ
4. 今後の課題



結び目の近傍

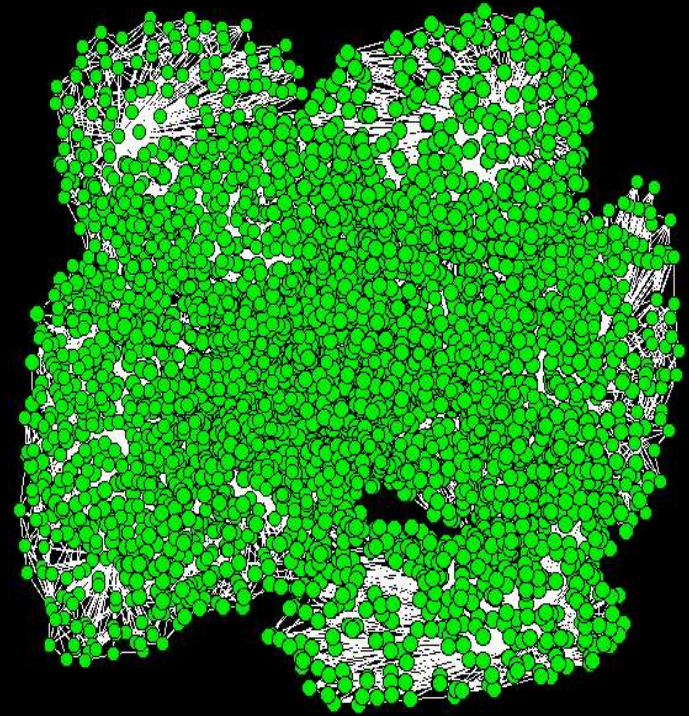
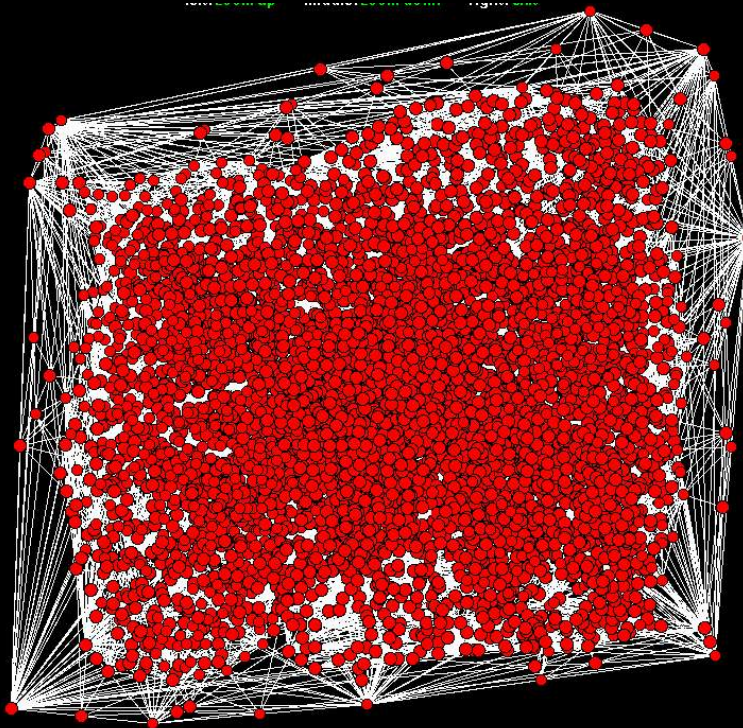
近傍を抜き取ったもの





結び目の近傍

近傍を抜き取ったもの



目次

1. 準備と研究の目的
2. 作成ツールについて
3. デモ
4. 今後の課題

今後の課題

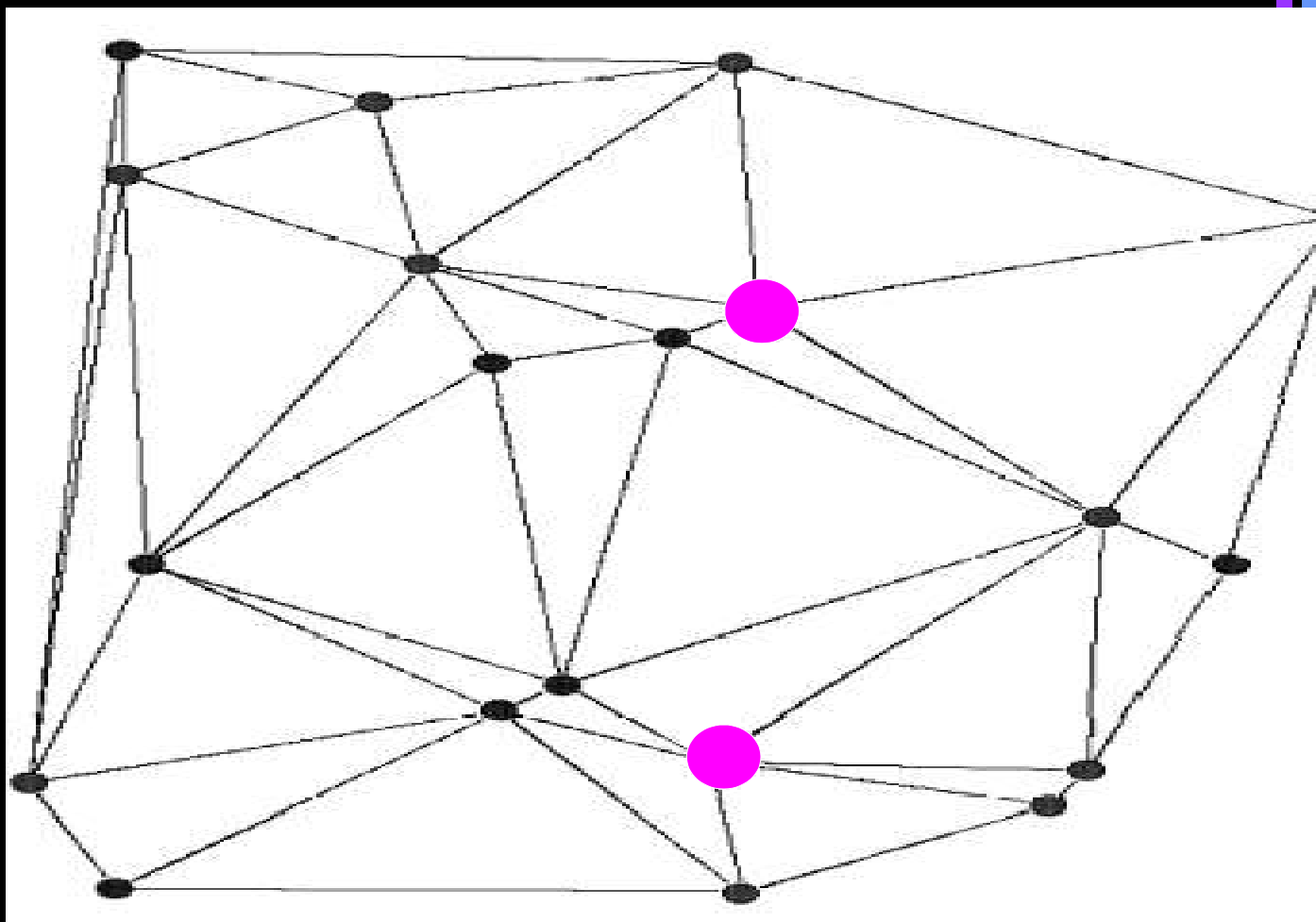
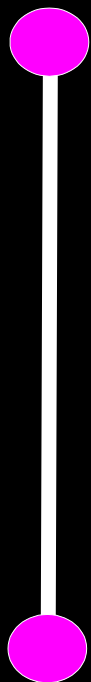
- * 実行速度の高速化
- * 入力を変えて結び目近傍抜き取り
プログラムの実装

おしまい



作成者 曾根英則 (from U.W.F. INTERNATIONAL)

1. 入力：結び目
2. 頂点を追加
3. 追加した頂点と結び目の頂点で四面体分割
4. 重心細分
5. 結び目の近傍の抜き取り

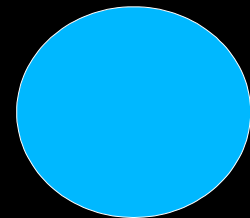
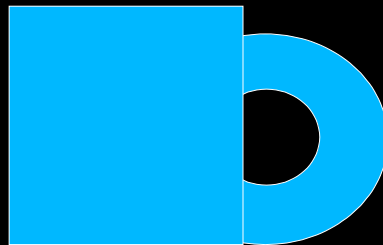
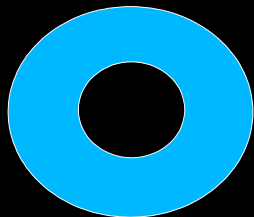


トポロジー（位相幾何学）

ある変形に幾何学的対象にほどこしても変わらないような性質を研究する学問

結び目 → 自由に伸び縮みするゴム紐

立方体 ， 直方体 ， 球



R^d の $d+1$ 個の点 $n_0, n_1, n_2, \dots, n_d$
が一般の位置にあるときこれらを含む最小の
凸集合を単体という

一般の位置：

平面なら 3 点が同一直線上にない

空間なら 4 点が同一平面上にない

単純閉折線の説明

有限個の点 v_0 , v_1 , ... , v_n において

単純閉折線 K は

$$K = v_0v_1 \cup v_1v_2 \cup \dots \cup v_{n-1}v_n$$

$v_0 = v_n$ & $n \geq 3$ & 単純